INSTITUTE
FOR
AEROSPACE STUDIES

UNIVERSITY OF TORONTO

TP3925E

CRASH DYNAMIC ANALYSIS OF LIGHT AIRCRAFT STRUCTURES USING A FINITE ELEMENT FORMULATION

by

A. P. Nanyaro

Final Summary Report
submitted to

The Transportation Development Centre

Under Contract No. 01SU T8200-7-7536

October 31, 1982

CA1
DTC 847
82
C62
c.2

Library and Information Centre /
Centre de Documentation (GCLA)
RECEIVED – REÇU LE
JUN 4 1984
Transport Canada

The contents of this report reflect the views of the contractor and not necessarily the official views or policies of the Transportation Development Centre.

REPORT DOCUMENTATION FORM

1. Transport Canada Report No.	2. TDC Project No.	3. Recipient's Catalogue No.
TP3925E	4121	

4. Title and Subtitle	5. Report Date
Crash Dynamic Analysis of Light Aircraft Structures Using Finite Element Formulation	August 1982
	6. Performing Organization Report No.

7. Author(s)	8. Transport Canada File No.
A. P. Nanyaro	D1455-106-3

9. Performing Organization Name and Address	10. DSS File No.
Institute for Aerospace Studies University of Toronto Downsview, Ontario.	09SD.T8200-9-9544
	11. DSS or Transport Canada Contract No.
	OSD79-00130

12. Sponsoring Agency Name and Address	13. Type of Report and Period Covered
Transportation Development Centre (TDC) 1000 Serbrooke St. West Suite 2421 Montreal, Quebec H3A 2R3	Summary, March 80 - Aug. 82.
	14. Sponsoring Agency Code 4121

15. Supplementary Notes	16. TDC Project Officer
	C. Alfred Versailles

17. Abstract

A comprehensive program has been undertaken to investigate both analytically and experimentally the dynamic behaviour of aircraft fuselage structures subject to various impact conditions. Two analytical models have been used to derive the motion equations, one based on a self-consistent finite element (CFE) technique and the other on a more approximate, lumped mass-finite element approach (LMFE). Although both analyses are restricted to linear geometric considerations, they do permit the inclusion of non-linear material behaviour and dissipative effects. Extensive testing of scale model stiffened aluminum fuselage sections has been completed for a wide range of wing loads, angles of incidence and impact velocities. Both vertical drop tests and 'free-flight' impacts using a pendulum gantry have been studied. Test data have been obtained in terms of maximum structural strains, g-loads and high speed photographs of the dynamic collapse modes.

18. Key Words	19. Distribution Statement
Aircraft Crashworthiness, Fuselage Structures, Finite Element Model, Crash Facility, Model Tests	Limited number of copies available from TDC.

20. Security Classification (of this report)	21. Security Classification (of this page)	22. No. of Pages	23. Price
Nil	Nil		Nil

FORMULE DE DOCUMENTATION POUR RAPPORT

1. N° du rapport Transports Canada	2. N° de l'étude — CDT	3. N° de catalogue du destinataire
TP 3925E	4121	

4. Titre et sous-titre	5. Date du rapport
Crash Dynamic Analysis of Light Aircraft Structures Using Finite Element Formulation	août 1982
	6. N° du rapport de l'organisme exécutant

7. Auteur(s)	8. N° de dossier Transports Canada
A. P. Nanyaro	D1455-106-3

9. Nom et adresse de l'organisme exécutant	10. N° de dossier — ASC
Institute for Aerospace Studies University of Toronto Downsview, Ontario.	09SD.T8200-9-9544
	11. N° de contrat — ASC ou Transports Canada OSD79-00130

12. Nom et adresse de l'organisme parrain	13. Genre de rapport et période visée
Centre de développement des transports 1000 o., rue Sherbrooke Suite 2421 Montréal, Québec H3A 2R3	Sommaire, mars 80-août 82
	14. Code de l'organisme parrain 4121

15. Remarques additionnelles	16. Agent de projet — CDT
	C. Alfred Versailles

17. Résumé

Un programme complet d'étude analytique et d'expérimentations a été exécuté pour déterminer le comportement dynamique de nacelles d'avions soumises à des impacts d'intensités variables. Deux modèles analytiques ont permis d'obtenir les équations de mouvement, l'un fondé sur une méthode cohérente des éléments finis, l'autre sur une solution approchée à l'aide du programme LMFE (lumped mass-finite element). Bien que ces deux méthodes analytiques se limitent normalement aux valeurs géométriquement linéaires, leur domaine d'application a pu être étendu pour tenir compte des non linéarités des matériaux et des effets de dissipation. Des essais exhaustifs ont été faits sur des sections à l'échelle et rigides d'une nacelle en aluminium, dans des conditions de charges alaires, d'incidences et de vitesses d'impact variables. Les chercheurs ont étudié l'effet des impacts en chute verticale et, à l'aide d'un portique à pendule, celui des impacts en vol libre. Ils ont mesuré les facteurs de charge et les déformations maximales en plus de prendre des photographies haute vitesse au moment où s'effectuait la ruine des maquettes.

18. Mots-clés	19. Diffusion
Résistance à l'écrasement. Structures de nacelles. Méthode des éléments finis. Installation d'essais d'écrasement. Essais sur maquettes.	Le CDT dispose d'un nombre limité d'exemplaires.

20. Classification de sécurité (de ce rapport)	21. Classification de sécurité (de cette page)	22. Nombre de pages	23. Prix
nil	nil		nil

CRASH DYNAMIC ANALYSIS OF LIGHT AIRCRAFT STRUCTURES USING A FINITE ELEMENT FORMULATION

by

A. P. Nanyaro

Final Summary Report Submitted

to the

Transportation Development Centre

Under Contract No. 01SU T8200-7-7536

October 31, 1982

CRASH DYNAMIC ANALYSIS OF LIGHT AIRCRAFT STRUCTURES USING FINITE ELEMENT FORMULATION

A. P. Nanyaro*

Institute for Aerospace Studies
University of Toronto
Toronto, Ontario, Canada

SUMMARY

Designing aircraft which will survive a crash environment is of great concern today. The majority of accidents occur during takeoff and landing. Thus achieving 'controlled' crashes can minimize loss of life, injuries and damage. Such a design must be a minimum weight system which maintains structural integrity of the cabin/fuselage while absorbing the impact energy, at the same time minimizing g-loading. A small volume reduction during and after the impact is desired to ensure occupant survival and egress.

In this report a self-consistent system of equations of motion has been developed using the finite element method. The equations were linearized and extended to include material nonlinearities. Ribs, stringers and curved plate elements were considered. The matrices were derived in a manner which makes it easy to program. The system of equations was then solved using the implicit Newmark-Beta method with the 'frontal' solver routine. This avoids inverting the matrices at every time step. It also does not require static condensation. The technique requires smaller computer storage than usual and has other implicit advantages such as stability and accuracy. Results of this analysis were then compared to "free flight" tests undertaken at the UTIAS Crash Facility. These impact tests utilized scale model aluminum fuselage structures ($\sim$ 3' diameter $\times$ 7'

*Research Engineer.

long) and dynamic data were obtained in the form of g-loads and strains. Comparisons were also made between high speed photographs of the vehicle during impact and computer graphics provided by the model analysis.

NOTATION

$\vec{A}$	acceleration in inertial reference frame
a_I	acceleration at time integration step I
$\vec{b}$	fuselage body reference frame
$\bar{c}_i$	transformation matrix from element to body reference frames
c	transformation matrix from body to inertial reference frames
c.m.	centre of mass
D	displacement coefficient matrix in $\varepsilon = D\bar{\omega}$
dv	differential element of volume
d_I	nodal displacement at time interval I
$\bar{d}$	total vector of element degrees of freedom at nodes
$\bar{d}_c$, $\bar{d}_p$	nodal degrees of freedom in Cartesian and curvilinear coordinates respectively
E	Young's modulus of elasticity
$\vec{e}_i$	element i reference frame
f*	force in Cartesian coordinates including inertial forces
F	$(6\eta_s \times 6\eta_s)$ matrix relating $\bar{\delta}$ to Γ
$\bar{F}^{sj}$	force applied by finite elements to nodal body j
$\bar{G}(\xi, \eta, \zeta)$	(3×1) matrix of element body forces
$\bar{g}$	element gyroscopic coupling matrix $(6\eta_j \times 6\eta_j)$
$\vec{H}^j$	angular momentum of nodal body j about its mass centre
I^j	inertia matrix for inertia dyadic in basis $\bar{e}$
$\vec{i}$	inertial reference frame
I_{xx}	moment of inertia about x-axis
I_{yy}	moment of inertia about y-axis

I_{zz}	moment of inertia about z-axis
K	stiffness matrix
$\bar{L}_s^s$	$(6\eta_s \times 1)$ matrix of forces and torques on the nodes of element s in the element basis
L_s^b, L_s	matrix of forces and torques on the nodes of element s in fuselage body reference frame
M	mass matrix
$\bar{m}_s$	element s consistent mass matrix
$\bar{m}$	element consistent mass matrix
m^j	mass at j-th nodal point or nodal mass
M*	moments in Cartesian coordinates including inertial forces
η_s	number of nodes for finite elements
p_D	$(3 \times 6\eta_s)$ matrix relating $\bar{\omega}$ to Γ
$\vec{P}$	applied load vector
$p_B(x,y)$	applied membrane or bending load vector
$\vec{p}$	position of particle with volume dV from element centre of mass
r	radius of curvature
$\vec{R}_c$	position vector of element centre of mass from fuselage centre of mass
$\vec{r}^i$	nodal position of a node i from fuselage centre of mass
s	subscript for element s
T^j	torque on nodal body j in fuselage body reference frame
t^j	external torque on nodal body j
U*	virtual strain energy
u	x displacement of trial function

$u_{,x}$	derivative of u with respect to x
v	y displacement of trial function
$v_{,y}$	derivative of v with respect to y
w	displacement in the z direction (out of plane)
$\bar{W}$	displacements u, v, w, (6×1) matrix includes plastic displacement vector $\bar{e}$
W'	matrix relation $\bar{W}$ to d, or PF^{-1}
W*	virtual work
$\ddot{\bar{W}}$	$\bar{W}$ differentiated twice with time in inertial reference frame
$\bar{W}_b$	$\bar{W}_b$ in body reference frame
W'_c	W' at element centre of mass
$\vec{X}$	position of fuselage centre of mass in inertial reference frame

Greek Symbols

$\bar{\alpha}$	element angular acceleration stiffness matrix
$\bar{\beta}_j$	rotation of nodal body j
δ	small variation
Γ	scalar unknowns from nodal displacements
$\bar{\varepsilon}$	strain matrix
ε_s, ε_θ, $\varepsilon_{s\theta}$	strains defined in Eq. 2
ξ, η, ζ	Cartesian coordinates for element
$\bar{\kappa}$	centrifugal stiffness matrix
$\bar{\rho}$	plastic deformation vector of element
$\bar{\sigma}$	stress matrix

$\bar{\sigma}'$	stress due to plasticity and nonlinearity
ω	angular velocity
ω^e	element angular velocity about body axes
ω^b	fuselage body angular velocity about inertial axes

1. INTRODUCTION

The need for crashworthiness design of aircraft and automobiles is well documented in the literature.[1-5] Creation of such design standards is still in its infancy. Such requirements have been expressed for U.S. military troop-carrying aircraft and passenger automobiles.[6] Most of the early research was directed towards automobile[4] and helicopter crashworthiness.[7] NASA and FAA followed with an extensive program in 'crash' testing and analytical studies of general aviation aircraft.[8-12] The three computer programs developed in the process are KRASH, DYCAST and ACTION. The evaluation of vehicle crashworthiness can be done in several ways. Experimental crashes of full scale or scale models can be used. A combined experimental and numerical study known as the 'Hybrid' method has evolved such computer codes as KRASH,[14,15] and LMFE.[26] In the analysis the structure is subdivided into subsections which are 'crash' tested to find the stiffness characteristics or analysed separately. Another method is a total theoretical approach. Studies such as the finite element method give independent results which are compared to the experimental results. The model can be used in different situations with confidence. Such programs which are in their development stages are DYCAST[7,16] and ACTION[7] and CFE (the program discussed in this paper). To validate these programs substantial experimental data is needed. Such tests have been done by NASA Langley Impact Dynamics Research Facility.[17] These include CH-47 helicopters,[18] high and low wing aircraft[21] and aircraft fuselage sections.[13] Large model testing has been done at UTIAS.[26-28] It is important to use credible tests to validate computer codes.

Despite some success shown by hybrid computer codes in predicting the acceleration, detailed information on the volume collapse and

primary structural loads is also desirable. The hybrid systems require a great deal of engineering judgement to use. Testing full scale aircraft can be difficult and expensive. It is also undesirable to destroy the first prototypes. It is more economical to develop and validate computer codes to be used in the design process. Such programs must predict large deflections, plasticity, buckling and fracture in the aircraft. They must be simple to use.

In this report, finite element equations of motion have been derived and used to predict the structural behaviour of a high-wing fuselage section under 'controlled' crash tests in the 'wheels-up' mode. Impacts done to date include variations of forward and vertical speeds, pitch angle and pitch rates as well as 'wing load', as shown in Fig. 1 (Table 1). The use of the Newmark-Beta method with the 'frontal solver' has made it possible to solve a system with a large number of degrees of freedom while using a small computer memory. Static condensation was not necessary. In this solver, while the element's stiffness is assembled, Gaussian elimination is performed on the global stiffness for the degrees of freedom whose contribution has been summed.

2. DERIVATION OF GENERAL EQUATIONS OF MOTION OF AN IMPACTING AIRCRAFT

The equations of motion are derived from the principle of virtual work. In a static case (or in a case of quasi-static loading) the principle states that, for any virtual displacement, the work done by the applied forces equals the change in potential energy. The virtual displacements satisfy the boundary conditions. Thus for virtual displacement $\delta(W)$ the virtual work done by force distribution $\bar{F}$, in the whole body, is

$$\delta W^* = \int_{\text{body}} [\delta(W)^T \cdot \bar{F}] dV \qquad (1)$$

The change in potential energy after the virtual displacement due to elastic and plastic deformation is

$$\delta U^* = \int_{\text{body}} [\delta(W)^T \cdot B^T \bar{\sigma}] dv \tag{2}$$

where the strain is $\{\varepsilon\} = [B]\{W\}$ and $[B]$ can be a nonlinear operator on displacement.

In a dynamic situation where plasticity, large deflections and damping can exist, the inertial forces are added (to $\bar{F}$) in the d'Alembert sense, namely

$$-\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\mu W). \tag{3}$$

This consists of translational and rotational forces. The large deflections are represented in the nonlinear operator $[B]$. Plasticity is introduced by representing the stress $\bar{\sigma}$ by an operator acting on strain such that

$$\{\bar{\sigma}\} = [S]\{\varepsilon\}. \tag{4}$$

$[S]$ is a nonlinear operator and the strain $\{\varepsilon\}$ includes plastic strain. The damping due to viscoelastic forces in the material and friction forces in the joints is given by

$$F_d = \int \int_{-\infty}^{t} \Phi(t,\tau) w(\tau) d\tau dv \tag{5}$$

where t is actual time, τ is an instant of time and Φ is the hereditary kernel of memory function represented as[29]

$$\Phi(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{-\alpha_i t} \tag{6}$$

where A_i and α_i are material or structural constants. Thus for an equilibrium state, about which the virtual displacement $\delta(W)$ is considered,

$$\delta W^* = \delta U^*. \tag{7}$$

The above equation can be rewritten as

$$\int_{\text{body}} [\delta(W)^T] \cdot \left\{ \bar{F} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mu\{W\}) - \int_{-\infty}^{t} \Phi(t-\tau)d\tau \cdot \{W\} - B^T\bar{\sigma} \right\} dv = 0 \tag{8}$$

The only way to satisfy this condition for arbitrary $\delta(W)$ is to conclude that

$$\bar{F} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mu\{W\}) - \left[\int_{\infty}^{t} \Phi(t-\tau)d\tau \right] \cdot \{W\} - B^T\bar{\sigma} = 0 \tag{9}$$

The impact forces are introduced by imparting momentum to the modes which come in contact with the ground. The velocity with which they bounce back is proportional to the coefficient of restitution between the body and the surface. Presently the coefficient used is 1.

Derivation of the Finite Element Equations of Motion

Idealization

The aircraft is idealized as a flexible body with structural elements.[25] Each element (with element number s) has η_s points of contact with neighbouring elements. Each node can have a concentrated nodal mass whose contribution in the equations of motion is derived later. This contribution can be used in a lumped mass approach. The element contribution in stiffness, masses and forces can be derived independently. The forces are summed to get the dynamic equilibrium of the whole aircraft.

In this derivation the element forces are shown. Any equilibrium is intended to entail the whole body and should not be confused with equilibrium between the elements. As shown in Fig. 2, there are 3 main basic reference frames. The $\vec{i}$ reference frame is for inertial position on the ground, $\vec{b}$ is for the body (i.e., fuselage) and centred on the structure's centre of gravity, and $\vec{e}_i$ is the i-th element centred on its local centre of mass (when necessary, used to transform the nodal degrees of freedom). The centre of mass for the fuselage is assumed to remain constant as the fuselage deforms. The small changes of fuselage shape, and due to its small mass compared to the wing load, do not affect the position of the centre of mass. The element deflection consists of both elastic and plastic deformations (Fig. 3). The several vector bases are related according to the following equations (where $\vec{d}$ is the nodal displacement):

$$\left.\begin{aligned} \vec{d}_{body} &= \bar{c}_i \vec{d}_{element_i} \\ \vec{d}^T_{body} &= \vec{d}^T_{element_i} \bar{c}_i^T \\ \vec{d}_{inertial} &= c\vec{d}_{body} \end{aligned}\right\} \quad \vec{b}^T c = \vec{e}_i^T \qquad (10)$$

Finite Element Equations

Deformations of each element can be represented as polynomials with their coefficients determined from the nodal deformations. Since the variational nodal deformations $\mathbf{d}_i$ (i = 1...n nodes) define the fuselage displacement unknowns, the equation of motion of the fuselage ultimately consists of $6\eta_s$ scalar second-order differential equations. The 3 displacements, defined by $\bar{W}(\xi,\eta,\zeta)$, are expressed as,

$$\bar{W}(\xi,\eta,\zeta) = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}, \quad \bar{W} = P_b \Gamma \qquad (11)$$

where Γ represents the scalar unknowns from the nodal displacements.

$$P_b = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi\eta & 0 & 0 & \longrightarrow \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \xi\eta & 0 & 0 & \longrightarrow \\ 0 & \longrightarrow & & & & & & & 1 & \xi & \eta & \xi\eta & \xi & \eta^2 \ldots \end{bmatrix}$$

The nodal displacements are,

$$\begin{aligned} \bar{W}_i &= \bar{W}(\xi_i, \eta_i) = P_b(\xi_i, \eta_i)\Gamma \\ \bar{W} &= W'\bar{d} \qquad \text{where} \qquad \bar{d}^T = \{\bar{W}_i \ \bar{\beta}_i\} \\ \bar{\beta}_i^T &= \bar{W}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial\xi} \cdot \frac{\partial}{\partial\xi}\frac{\partial}{\partial\eta} \right\}_i = \bar{W}^T\{\nabla\}_i^T \end{aligned} \tag{12}$$

and

$$W' = P_b F^{-1} \qquad \text{where} \qquad F^T = \{P_b^T\}\{1, \nabla\}_i, \quad i = i, \eta_s$$

For static equilibrium of a mechanical system, the work W* accomplished by external forces in the course of virtual displacement equals the strain energy U* stored in the deforming element. This equality is preserved for non-dissipative dynamic systems in motion if one adds to the external forces an inertial force $A\mu dv$, where A is acceleration, μ density and dv the volume. Using the local element vector basis,

$$W^* = \bar{d}^{*T}\,\bar{L}_s + \int_{S_i} \bar{W}^T\,\bar{G}\,dv - \int_S \bar{W}^T\,A\mu dv \tag{13}$$

One can neglect the internal forces $\bar{G}$ (other than structural forces). The 'bar' quantities refer to the local basis. $\bar{L}_s$ consists of forces at the element nodes arising from external forces and moments, interaction forces and torques between it and the other elements. The strain energy, when neglecting the thermal stresses, is,

$$U^* = \int_S \frac{1}{2} \bar{\epsilon}^{*T} \bar{\sigma} \, dv = \bar{d}^{*T} \frac{1}{2} \int_S \bar{W}'^T D^T S D \bar{W}' dv \bar{d}^* + \bar{d}^* \frac{1}{2} \int_S \bar{W}'^T D^T \bar{\sigma}' dv \quad (14)$$

where the stiffness matrix $\int_S \bar{W}'^T D^T S D \bar{W}'$ is known.

The second contribution is from steady stresses such as plastic or nonlinear induced stresses. $\bar{\epsilon}$, $\bar{\sigma}$ represent stress and strain, respectively, in the element basis, and S, D relate strain and stress, and strains and displacements, repsectively.

Equating U* and W* and differentiating with respect to the nodal displacements δ^*, one can obtain $\bar{L}_s$ as

$$\bar{L}_s = \int_S \bar{W}'^T D^T S D W' dv \, \bar{d}^* + \int_S W'^T D^T \bar{\sigma}' dv + \int_S W'^T \bar{A} \mu dv \quad (15)$$

The acceleration of the element in the inertial reference frame is,

$$\vec{A} \triangleq \vec{i} \left(\frac{d^2}{dt^2} (\vec{x} + \vec{R}_c + \vec{p} + \vec{w}) \right) \quad (16)$$

where $\vec{i}$ implies inertial reference frame. One has to get $\bar{A}$ from this and substitute it into the equation with $\bar{L}_s$. The vectors are given in the different reference frames as

$$\begin{aligned}
&\vec{x} \triangleq \{\vec{i}\}^T \bar{x} && \text{position of centre of mass (c.m.)} \\
&\vec{R}_c \triangleq \{\vec{b}\}^T \bar{R}_c && \text{position of element from c.m.} \\
&\vec{p} \triangleq \{\vec{e}\}^T \bar{p} && \text{position of particle in the element} \\
&\vec{w} \triangleq \{\vec{c}\}^T \bar{W} = \{\vec{b}\}\bar{W}_i && \text{is the deformation of the single point in the element}
\end{aligned} \quad (17)$$

Differentiating using the relation

$$\frac{{}^{i}d}{dt}\vec{V} = \frac{{}^{b}d}{dt}\vec{V} + \vec{\omega}^{b} \times {}^{b}\vec{V} \tag{18}$$

(for a vector $\vec{V}$ in reference frame $\vec{b}$ to be differentiated in reference $\vec{i}$, and ω^{b} is the angular velocity of $\vec{b}$ with respect to $\vec{i}$). ω^{b} is the angular rotation of the body with respect to the inertial reference frame and ω^{e}, the angular velocity of the element with respect to the body reference frame, is neglected. If $\tilde{\omega}$ implies

$$\tilde{\omega} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

where 1, 2, 3 represent three orthogonal axes, $\vec{A}$ can be shown to be (in element basis),

$$\begin{aligned} \vec{A} = \{\vec{e}\}^{T}[\bar{c}\ddot{x} + \bar{c}[\dot{\tilde{\omega}}^{b}(R_c + \bar{c}^{T}\bar{p}) + \tilde{\omega}^{b}\tilde{\omega}^{b}(R_c + \bar{c}^{T}\bar{p}] + \ddot{\bar{W}} + \\ + \bar{c}[2\tilde{\omega}^{b}\bar{c}^{T}\dot{\bar{W}} + (\dot{\tilde{\omega}}^{b} + \tilde{\omega}^{b}\tilde{\omega}^{b})\bar{c}^{T}\bar{W}]\} \end{aligned} \tag{20}$$

Note $\omega^{e} = \omega^{b} + \bar{c}\,\dot{\bar{c}}^{T}$ and $\dot{\bar{c}}$ is neglected. One can express $\bar{W}$ in terms of $\bar{d}$, and $\bar{L}_s$ can be expressed in terms of $\vec{A}$ as

$$\begin{aligned} \bar{L}_s = &\int_s \bar{W}'^{T}D^{T}SDW'dv\,\ddot{\bar{d}} + \int_s W'^{T}D^{T}\bar{\sigma}'dv + \int_s W'^{T}\bar{c}\,c\,\ddot{x}\,\mu dv \\ &+ \int_s W'^{T}\bar{c}[(\dot{\tilde{\omega}}^{b} + \tilde{\omega}^{b}\tilde{\omega}^{b})(R_c - \bar{c}^{T}\bar{p})]\mu dv + \int_s W'^{T}W'\mu dv\,\ddot{\bar{d}} \\ &+ \int_s W'^{T}\bar{c}\,2\tilde{\omega}^{b}\bar{c}^{T}W'\mu dv\,\dot{\bar{d}} + \int_s W'^{T}\bar{c}(\dot{\tilde{\omega}}^{b} + \tilde{\omega}^{b}\tilde{\omega}^{b})\bar{c}^{T}W'\mu dv\,\bar{d} \end{aligned} \tag{21}$$

The coefficients of $\ddot{\bar{d}}$, $\dot{\bar{d}}$, $\bar{d}$ are identified as,

$$\bar{m} \triangleq \int_s W'^{T} W' \mu dv \text{ or element consistent mass matrix}$$

$$\bar{g} \triangleq 2 \int_s W'^{T} \bar{c} \tilde{\omega}^b \bar{c}^T W' \mu dv \text{ or element gyroscopic coupling matrix}$$

$$\bar{k} \triangleq \int_s W'^{T} D^T S D W' dv \text{ the element stiffness matrix (structural)} \qquad (22)$$

$$\bar{\alpha} = \int_s W'^{T} \bar{c} \tilde{\dot{\omega}}^b \bar{c}^T W' \mu dv \text{ the element angular acceleration stiffness matrix}$$

$$\bar{k} = \bar{k}_o + \bar{k}_\Delta \text{ geometric or plastic preload stiffness matrix and linear deformation stiffness matrix}$$

$$\kappa = \int_s W'^{T} \bar{c} \tilde{\omega}^b \tilde{\omega}^b \bar{c}^T W' \mu dv \text{ the element centrifugal stiffness matrix}$$

Using $\int_s W' \mu dv = m_c^* W'_c$, where c implies centre of element and m is the mass,

$$\bar{L}_s = \bar{m}^s \ddot{\bar{d}}^s + \bar{g}^s \dot{\bar{d}}^s + (\bar{k}_o^s + \bar{k}_\Delta^s + \bar{\kappa}^s + \bar{\alpha}^s)\bar{d}$$

$$+ \int_s W'^{T} \bar{c} (\tilde{\dot{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \tilde{\omega}^b) \bar{c}^T \bar{p} \mu dv$$

$$+ W'^{T}_c m_c \{ \bar{c}^s \ddot{cx} + \bar{c}^s (\tilde{\dot{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \tilde{\omega}^b) \bar{R}_c \} \qquad (23)$$

Note that s implies element 's'. One can sum for all elements assuming no nodal masses to obtain f_i impact forces. For dynamic equilibrium of the whole body,

$$0 = \Sigma \bar{c}^{sT} \bar{L}_s - \bar{f}_i \quad \text{and} \quad s \in \text{all elements} \qquad (24)$$

where rotational and shear effects are neglected.

Derivation of Nodal Mass Equations

Given that the acceleration of nodal bodies $\vec{A}$ is

$$\vec{A} \triangleq \vec{i} \frac{d^2}{dt^2} (\bar{x} + \bar{r}^j + \bar{u}^j) \tag{25}$$

where $\bar{r}$ is the nodal position from the c.m. and $\bar{u}^j$ is the nodal deformation of the j-th mode. One can differentiate $\vec{A}$ with respect to time in the inertial reference frame to get the sum of forces,

$$0 = \Sigma c \vec{f}^j - \bar{c}^{sT} \bar{F}^s_j (m^j \{ c\ddot{\bar{x}} + [(\tilde{\dot{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \tilde{\omega}^b)(\bar{r}^j + \bar{u}^j)] + 2\tilde{\omega}^b \dot{\bar{u}}^j + \ddot{\bar{u}}^j) \} \tag{26}$$

where $\vec{f}$ and $\vec{F}_j$ represent external forces and forces due to other nodal sources, respectively.

Equations of rotation of the j-th nodal body are derived from

$$\vec{T}^j = \dot{\vec{H}}^j = \bar{I}^j \dot{\bar{\omega}}^j + \bar{\omega}^j + \bar{I}^j \bar{\omega}^j \text{ for } \bar{I}^j = \text{constants} \tag{27}$$

where $\vec{T}$ = torque and $\vec{H}$ is the angular momentum

$\bar{I}^j$ is the inertia dyadic of the nodal body

Dot ≡ differentiation in inertial reference frame.

The equation obtained when $\dot{\beta}$ are nodal rotations, when $\{\vec{b}\}^T \bar{I}^j$ are summed, is

$$0 = \{\vec{b}\}^T [\bar{c} \bar{I}^j - \Sigma \bar{c}^{sT} \bar{I}^s] \tag{28}$$

where

$$\bar{T}^s = \bar{I}^j \dot{\tilde{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \bar{I}^j \tilde{\omega}^b + \bar{I}^j \ddot{\tilde{\beta}}^j + \left[\tilde{\omega}^b \bar{I}^j - (\bar{I}^j \omega^b)^{\sim} + \right.$$

$$\left. + \bar{I}^j \tilde{\omega}^b\right] \dot{\beta}^j + \bar{I}^j \dot{\tilde{\omega}}^b + (\bar{I}^j \dot{\omega}^b)^{\sim} + \tilde{\omega}^b \bar{I}^j \tilde{\omega}^b + \tilde{\omega}^b (\bar{I}^j \bar{\omega}^b)]^{\sim} \bar{\beta}^j$$

This combination is then added to the rest of the equations.

Linearized Equations of Motion

The finite element equations of motion can be linearized by assuming that $\bar{d}$, $\dot{\bar{d}}$, $\ddot{\bar{d}}$, $\bar{\omega}$ and $\dot{\bar{\omega}}$ are small so that only first order terms are retained. Thus one finds

$$\bar{L}_s = \bar{c}^T \int_s W'^T D^T S D W' dv \bar{c} \bar{d}^s + \int_s c^T W'^T \bar{c} \ddot{\bar{x}} \mu dv$$

$$+ \int_s W'^T \bar{c} \tilde{\dot{\omega}} (R_c + \bar{c}^T \bar{p}) \mu dv$$

$$+ \bar{c}^T \int_s W' W' \mu dv \bar{c} \ddot{\bar{d}}^s \qquad (23)$$

where $\bar{d}^s$ is in the body coordinate system. The second and third integrals are simplified and expressed in terms of m_s (or mass of the element) at the centre of the element (W'_c used). The remaining equations can be linearized in the same manner. Equations in the body coordinate system are of most interest since the transducers are usually placed on the aircraft.

Level Impact Case

In the case where the fuselage axis is parallel to the ground during the entire crash, $\bar{\omega}^b$ is zero,

$$\bar{L}_s^b = \bar{c}^T \bar{k} \bar{c} \bar{d}^s + c^T m_s W_{c_s}^T \bar{c} \ddot{\bar{x}} + \bar{c}^T \bar{m} \bar{c} \ddot{\bar{d}}^s \qquad (29)$$

where $\bar{d}$'s are in the body reference frame $\bar{k}$ and $\bar{m}$ are the stiffness and consistent mass matrices, respectively. The consistent matrix and inertial mass are calculated for every element and summed. Nodal mass equations are also found.

The various elements being utilized to model the aircraft fuselage structure can be described as follows: a four node, six degrees of freedom per node, curvilinear coordinate rectangular thin shell plate or membrane; a six degree per node (two nodes per element) stringer element (beam; and a curved rib element. The stiffness matrices have been found in a form that does not require numerical integration. The shell element formulation is created with all the matrix manipulations done numerically to eliminate errors. The membrane elements are used here with an in-plane stiffness matrix and membrane curvature coupling matrix. The present ribs and stringers contain tension-compression and bending stiffness while warping effects have been neglected. Such approximations have been found reasonable due to the geometry of the beam elements where these and shear effects are small. As well, the coupling between in-plane and bending with curvature is taken into consideration.

Derivation of stiffness and mass matrix is similar to that done by Bogner, et al.[23,24] In the new method of derivation the matrices are found using matrix manipulations which do not require such tables as created by Bogner. The rib and curved plate element stiffnesses lack some rigid body motion degrees of freedom when polynomials are used to represent the displacement. The stiffness can be modified by a direct introduction of rigid body displacement as done by Cantin.[22] Thus the elements are not strained during rigid-body displacement.

Integration with Time

Integration with time is done using the Newmark-β method such that,[30]

$$\bar{d}_{I+1} = \bar{d}_I + \Delta t\, \bar{V}_I + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta\right) \bar{a}_I + \beta \bar{a}_{I+1}\right]$$

$$\bar{V}_{I+1} = \bar{V}_I + \frac{1}{2} \Delta t(\bar{a}_I + \bar{a}_{I+1}) \tag{30}$$

$$\bar{a}_{I+1} = 4/\Delta t^2 \left(\Delta \bar{d}_{I+1} - \Delta t\, \bar{V}_I - \frac{1}{4} \Delta t^2\, \bar{a}_I\right)$$

where $\bar{d}$, $\bar{V}$ and $\bar{a}$ are displacement, velocity and acceleration, respectively. I implies step 'I' in integration and Δt is the time change between steps. Using the tangential stiffness matrix K, allowing for linear and nonlinear analyses (i.e., follow nonlinear curve assuming linear steps), one can then solve

$$K^{**}\, \Delta \bar{d} = P^{**}$$

$$K^{**} = \bar{M} + \beta \Delta t^2 K^* \tag{31}$$

$$P^* = M\left[\Delta t V_I + \left(\frac{1}{2} - \beta\right) \Delta t^2 a_I\right] + \beta \Delta t^2 [F_{I+1} - f_I]$$

$$f_I = K_I^*\, d_I^*$$

where β is a variable introduced by the integration method. β = 1/4 is currently being used.

This implicit integration method has advantages of unconditional stability and accuracy when solving nonlinear structural dynamics problems.[31,32] The 'Frontal Solver' is used while integrating with time.[33,34] The special relationship shown in Eq. (31) is a characteristic of the Newmark-β method which is usable with the 'Frontal Solver'. In this

method Gaussian elimination is done as soon as all the contributions to a degree of freedom have been made. If the K** [e.g., (31)] does not change with time, no more invertions are needed. Thus the computer memory required is small compared to methods where all the global matrices are assembled first and sometimes inverted at every time step in some integration schemes. With such an advantage a system with a large number of degrees of freedom can be solved. It is advantageous to use this implicit method compared to using explicit methods due to stability characteristics since the computer storage required is comparable in these methods. As well, large systems can give a lot of detail which is not available when using the lumped or 'Hybrid' methods.

3. DESCRIPTION OF TEST PROGRAMME

Fuselage Test Model

An experimental model having a geometric scale factor of about 1/3 was found suitable for characterizing a large number of typical general-transport aircraft structures, ranging in weight from a 6,000 lb aircraft up to about 48,000 lbs, such as the DHC Dash 7. To ensure that the test model possessed a certain degree of dynamic similarity with actual aircraft structures, a nondimensional analysis was performed.

Using this scale factor, a high-wing fuselage configuration was selected. All test models were fabricated from 0.012 inch thick 2024-T3 aluminum skin stiffened with twelve light-rib frames and two solid cross-section heavy main frames (bulkheads) to pick up the wing load. A skeleton aluminum floor structure was added to completeness. Longitudinal stringers were added to the test phase discussed here, which involved "free-flight" impact; for details see Fig. 4 . Several level and oblique angle drops were also done. The fuselage models were 36 inches in diameter,

91 inches long, and weighed approximately 36 pounds. Figures 5 and 6 show two photographs of the test model.

The wing load was simulated by attaching "dead" weights to a rigid mounting fixture which was bolted to both of the interior main frames. Note that in contrast to all of the earlier models this structure contained two longitudinal stiff beams with end weights. From our calibration test run (using a refurbished fuselage), it was found that complete pitchover occurred after first impact. This was due to a high c.g. position and an unacceptably low value of the pitch moment of inertia when simulating a high-wing aircraft. Analysis of the appropriate parameters led to the design of the wing mass system shown in the photographs.

Crash Test Facility

To provide the fuselage model with a forward velocity component as well as a vertical velocity component at impact, a pendulum gantry was constructed over a large 40 ft x 12 ft reinforced concrete pad. This facility used to simulate a free-flight crash test condition is depicted in the schematic shown in Fig. 7. The fuselage specimen was suspended from the gantry top pivot point by a rigid swing arm and drawn back above the impact surface by a pullback cable. The fuselage mounting fixture was attached to the rigid swing arm by a pyrotechnic bolt tension separator. The test sequence was initiated when the fuselage was released from the pullback cable, permitting the model to swing pendulum style onto the impact surface. The fuselage mounting fixture was then separated from the swing arm by the pyrotechnic device just above the impact surface, freeing the model from restraint. The umbilical cable remained attached to the fuselage for data acquisition throughout the duration of the test. The separation point occurred when the rigid swing arm was 90° from the impact surface, blocking off a beam of light from a laser. The casting of a

shadow on the photo-electric cell resulted in an instantaneous firing of the pyrotechnic device. Should the pyrotechnic device not fire, the fuselage would continue to swing through, and then back and forth in a pendulum style motion over the impact surface.

The height of the fuselage above the impact surface at release determined the vertical impact velocity which can be varied for subsequent tests. The firing of the pyrotechnic device imparts no velocity of its own on the fuselage at separation. The horizontal velocity was determined by the amount of fuselage pullback required to raise the model's centre of mass above its centre of mass separation point. The maximum forward velocity that currently can be achieved in this facility is approximately 26 ft/sec (18 mph). The desired pitch angle at separation was set by the adjustment of the four cables which connect the mounting fixture to a point on the rigid swing arm just below the separation point. A consequence of this pendulum style swing technique is the creation of a large upward pitch rate about the model's centre of mass at separation which must be taken into consideration before testing to obtain the desired pitch angle at surface impact. A barrier was also constructed and placed at the end of the pad to prevent damage to cameras and other surrounding apparatus.

Data Acquisition System

Data acquisition from the crash tests was accomplished with photographic coverage using low and high speed cameras, and with onboard strain gauges and accelerometers. The strain gauges were bonded to the inner edge of the main load carrying frames. Strain gauge type miniature accelerometers were positioned in the fuselage to measure accelerations both in the normal and longitudinal directions to the fuselage axis. The major locations of interest included the wing mass, to measure the g loads applied to the main frames, and on the floor (vertical and horizontal)

frame at mid-length to assess the g loads transmitted to the seat structure. The accelerometer locations are shown in Figs. 8 and 9 for the various impact tests.

The accelerometer and strain gauge signals were sent through a SE Bridge Conditioning Unit and a SE Galvo Conditioning Unit before being output on a Honeywell visicorder oscillograph (Model 1508). The accelerometer signals were also passed through a 200 Hz low pass filter and input to a Bruel and Kjaer 7003 FM-tape recorder. The analog data on the FM-tape were then digitized at 3000 samples per second and stored on a magnetic computer tape for additional processing. This data could then be filtered further or integrated once to yield velocities and twice to yield displacements. Figure 10 depicts the data acquisition system.

The recorder contained type M200-350 (electro-magnetic damped) miniature galvanometers having a resistance of 350Ω steel foil type gauges (Micro Measurement) having excellent frequency response characteristics. The accelerometers used were the damped and undamped strain-gauge miniature type (Entran EGBL-125) having low impedances. Other specifications of the accelerometers include a range of DC to ± 30g at 0-300 Hz and ± 100g at 0-1000 Hz extending to ± 150g and ± 500g, respectively, and a sensitivity of 2.5 mV/g. In addition, high speed 16 mm Hycam cameras were employed to record the dynamic behaviour for comparison with computer model predictions.

4. EXPERIMENTAL RESULTS AND COMPARISON WITH ANALYSIS

Table 1 shows the test cases so far investigated. A large quantity of data has been gathered and has been covered in Refs. 26, 27, 28 and 35. Analysis done using a Finite Element Lumped Mass System (LMFE) has also been covered in those reports. Presently only one level drop test will be discussed with a 'free flight' case.

Level Angle Vertical Drop Test

One of the level impact tests done had an impact velocity of 34.7 in/sec. The wing load was 537 lbs. Strain gauges were mounted on the main frames and as well accelerometers as shown in Fig. 8. Summaries of peak measured g-load accelerations and the predicted results are shown in Tables 3 and 4. Predicted accelerations on the wing and floor level are shown in Figs. 11 and 12. The node numbering is shown on the figure 12. The data on the floor has been filtered using a fifth-order Chebyshev low-pass filter with a passband of 62.5 Hz and stopband edge of 125 Hz. Good comparison is observed (Tables 3 and 4).

'Free Flight' Impact Test

A 'free flight test' was run with a horizontal velocity of 259 in/sec and a vertical impact velocity of 37.7 in/sec. The pitch angle at release (at zero vertical velocity) was 3° and pitch rate was 1.18 rad. The wing load was 537 lbs. During flight two impacts occurred. The first impact occurred as the aft end reached the concrete pad and a rebound was observed. A second impact was a nose-down pitch motion. Structural failure of the forward end is observed in Figs. 13 and 14. The summary of accelerations is given in Table 4. Experimental accelerations on the wing and floor are shown in Fig. 15. Presently the computer code is being modified to provide numerical predictions. The modifications will include plasticity and buckling.

5. CONCLUSIONS

A derivation of finite element equations of motion of a crashing aircraft for structural analysis has been derived. Consistent mass stiffness and force matrices have been derived and programmed in a manner which minimizes errors. This is done by matrix manipulations. The advantages

of using the Newmark-β implicit integrator with the 'frontal solver' are brought up. Extensive experimental tests of credible large scale models have been done and good comparisons have been shown between the experiments and the predicted accelerations. Presently plasticity and panel buckling are being incorporated into this self-consistent formulation.

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to acknowledge financial support on the study from Transport Canada Research and Development Centre and Natural Sciences and Engineering Research Council. In addition he wishes to thank Prof. R. C. Tennyson, Prof. J. S. Hansen of UTIAS, and Dr. F. Cicci of de Havilland Aircraft of Canada for their advice and guidance in this study.

REFERENCES

1. Tennyson, R. C. and Bird, J. W., "The Need for Improved Aircraft Crashworthiness Design", J. Canadian Aeronautics and Space Institute, Vol. 23, No. 5, Sept/Oct. 1977.

2. Thomson, R. G. and Hayduk, R. J., "Light Aircraft Crash Safety Program", Proc. of the 1974 SAE Business Aircraft Meeting, Wichita, Kansas, 1974.

3. Saczalski, K., Singley, G. T. III, Pilkey, W. D., and Huston, R. L., "Aircraft Crashworthiness", Univ. Press of Virginia, Charlottesville, 1975.

4. Snyder, R. G., "Crashworthiness Investigation of General Aviation Accidents", Proc. of the 1975 SAE Business Aircraft Meeting, Wichita, Kansas, 1975.

5. Melosh, R. J., "Crashworthiness Engineering of Automobiles and Aircraft: Progress and Promise", AIAA J. Aircraft, Vol. 14, No. 7, July 1977.

6. Pifko, A. B., and Winter, R., "Theory and Application of Finite Element Analysis to Structural Crash Simulation", Computers and Structures, Vol. 13, 1981.

7. Winter, R., Cronkhite, J. D., and Pifko, A. B., "Crash Simulation of Composite and Aluminum Helicopter Fuselages Using a Finite-Element Program", AIAA/ASMA/ASCE/AHS 20th Structures, Structural Dynamics and Materials Conf., April 1979.

8. Thomson, R. G. and Goetz, R. C., "NASA/FAA General Aviation Crash Dynamics Program - A Status Report", AIAA/ASMA/ASCE/AHS 20th Structures, Structural Dynamics and Materials Conf., April 1979.

9. Fasanella, E. L., and Alfaro-Bou, E., "NASA Crash Safety Seat Program", SAE Paper 790591, 1979, SAE Business Aircraft Meeting and Exposition, April 1979.

10. Hayduk, R. J., and Thomson, R. G., "Simulation of Aircraft Crash and Its Validation", Proc. of the AIAA 11th Annual Meeting, Washington, D.C., 1975.

11. Wittlin, G., and Gamon, M. A., "A Method of Analysis for General Aviation Airplane Structural Crashworthiness", U.S. D.O.T. Federal Aviation Administration Report No. FAA-RD-76-123, Sept. 1976.

12. Melosh, R. J., and Kamat, M. P., "Computer Simulation of Light Aircraft Crash", AIAA J. Aircraft, Vol. 14, No. 10, Oct. 1977.

13. Hayduk, R. J., Thomson, R. G., Wittlin, G., and Kamat, M. P., "Non-linear Structural Crash Dynamics Analyses", SAE Technical Paper 790588, 1979, SAE Business Aircraft Meeting and Exposition, April 1979.

14. Gamon, M. A., "General Aviation Airplane Structural Crashworthiness User's Manual, Vol. I, Program 'KRASH' Theory", Report No. FAA-RD-77-18, Feb. 1978.

15. Gamon, M. A., Wittlin, C., and LaBarge, W. L., "General Aviation Airplane Structural Crashworthiness User's Manual; Volume II, Input-Output, Techniques and Applications", Report No. FAA-RD-77-189, II, Feb. 1978.

16. Pifko, A. B., Levine, H. S., and Armen, H. Jr., "PLANS - A Finite Element Program for Nonlinear Anslysis of Structures, Volume I-Theoretical Manual", NASA CR-2568, Nov. 1975.

17. Vaughan, V. L. Jr., and Alfaro-Bou, E., "Impact Dynamics Research Facility for Full-Scale Aircraft Crash Testing", NASA TN D-8179, April 1976.

18. Castle, C. B., "Full-Scale Crash Test of a CH-47C Helicopter", NASA TM X-3412, Dec. 1976.

19. Armen, H. Jr., Pifko, A., and Levine, H. S., "Finite Element Analysis of Structures in the Plastic Range", NASA CR-1649, Feb. 1971.

20. Wittlin, G., "Summary of Results for a Twin-Engine, Low-Wing Airplane Substructure Crash Impact Condition Analyzed with Program 'KRASH'", FAA-RD-79-13, Feb. 1979.

21. Alfaro-Bou, E., and Vaughan, V. L. Jr., "Light Airplane Crash Tests at Impact Velocities of 13 and 27 m/s", NASA Tech. Paper 1042, Nov. 1977.

22. Cantin, G., "Rigid-Body Motions and Equilibrium in Finite Element", Finite Elements for Thin Shells and Curved Members, John Wiley and Sons, 1976.

23. Bogner, F. K., Fox, R. L., Schmit, L. A., "The Generation of Inter-element Compatible Stiffness and Mass Matrices by the Use of Interpolation Formulas", Prof. Conference Matrix Methods in Structural Mech., Air Force Flight Dynamics Laboratory, Air Force Institute of Technology, AFFDL TR 66-80, p. 403.

24. Bogner, F. K. et al, "A Cylindrical Shell Discrete Element", AIAA Journal, April 1967.

25. Likins, Peter W., "Finite Element Appendage Equations for Hybrid Coordinates - Dynamic Analysis", NASA TR-32-1525.

26. Tennyson, R. C., Teichman, H., Nanyaro, A. P., and Mabson, G., "Study of the Crashworthiness of Light Aircraft Structures", AIAA/ASME/ASCE/AHS, 22nd Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 1981.

27. Tennyson, R. C., Hansen, J. S., Teichman, H., Cicci, F., and Ioannou, M., "Crashworthiness of Aircraft Fuselage Structures", 19th AIAA Structures Structural Dynamics and Materials Conference, Bethesda, Md., April 1978.

28. Tennyson, R. C., Hansen, J. S., Teichman, H., Cicci, F., and Ioannou, M., "Crashworthiness Tests on Model Aircraft Fuselage Structures", AIAA/RAES/CASI/AAAF Atlantic Aeronautical Conference, Williamsburg, Va., March 1979.

29. Bert, C. W., "Material Damping", Journal of Sound and Vibration, Vol. 29, 1973.

30. Newmark, M. Nathan, "A Method of Computation for Structural Dynamics", J. Engng. Mech. Div., ASCE, 85, 1959.

31. Belytschko, T., and Schoeberle, D. F., "On the Unconditional Stability of an Implicit Algorithm for Nonlinear Structural Dynamics", Journal of Applied Mechanics, Dec. 1975.

33. Iron, M. Bruce, "A Frontal Solution Program for Finite Element Analysis", Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, 1970.

34. Hinton, E., and Owen, D. R., "Finite Element Programming", Academic Press, 1977.

35. Tennyson, R. C., Hansen, J. S., Teichman, H., Nanyaro, A. P., and Mabson, G., "Crashworthiness of Light Aircraft Structures", Final Report for Transport Canada Research and Development Centre, 1980.

Table 1a. Summary of Vertical Drop-Test Configurations

	Angle of Incidence (deg)	Range of Wind Loads (lbs)	Range of Impact Velocities (ft/sec)
Level Impact Cases	0°	220	2.32
		320	3.28
		520	4.01
		620	4.63
		720	
Low Energy Oblique Angle Impact Cases	2°	220	4.10
	3°	220	4.18
			4.78
			5.43
		327	3.06
			4.49
			5.05
			5.56
	3°	220	4.13
	4°	220	4.13
	5°	220	2.84
			4.01
			5.31
			5.67
		548	3.48
			4.63
			5.68
High Energy Oblique Angle Impact Cases	5°	880	5.68
	10°	1820	8.40

Table 1b. Summary of 'Free-Flight' Impact Configurations

Model	Impact Angle of Incidence (deg)	Pitch Rate (rad/sec)	Horizontal Velocity (ft/sec)	Vertical Impact Velocity (CG) (ft/sec)	Wing Load (lbs)
Rib Stiffened	7.0	1.5	23	2.5	300
Rib/Stringer Stiffened	9.6	1.2	22	3.1	550

TABLE 2 - SUMMARY OF PEAK MEASURED g-LOADS

(AND TIME OF OCCURRENCE-SEC.) FOR LEVEL IMPACT

CASES

IMPACT CASE	LOCATION OF ACCELEROMETERS (SEE FIG. 12)					
	#1 (27)	#3 (21)	#2 (43)	#4 (46)	#5 (43) HORIZ.	#6 (46)
LEVEL V_o = 34.7 IN/SEC WING LOAD = 537 LBS.	+ 8.5 (.017) - 1.5 (.044)	+ 8.6 (.020) - 2.0 (.048)	+ 13.5 (.003) - 40.0 (.005)	+ 9.7 (.010) - 4.6 (.018)	+ 4.3 (.04) - 3.1 (.045)	+ 11.1 (.0007) - 14.2 (.01)
2ND IMPACT	+ 5.5 (.202)	+ 4.3 (.207) - 0.6 (.18)	+ 4.9 (.237) - 15.4 (.224)	+ 7.0 (.191) - 5.7 (.192)	+ 1.5 (.175) - 2.2 (.178)	+ 6.2 (.191) - 6.2 (.192)
LEVEL V_o = 52.5 IN/SEC WING LOAD = 537 LBS.	+ 11/-1.3 (.017, .043)	+ 10.9/- (.019)		+ 9.2/-14.5 (.019, .016)		+ 20.0/-10.5 (.016, .019)
2ND IMPACT	+ 8.5/-0.5 (.277, .291)	+ 7.4/-1.4 (.273, .293)		+ 5.5/-3.1 (.293, .294)		+ 4.9/-3.4 (.293, .294)

* VERTICAL UNLESS OTHERWISE NOTED

TABLE 3 - PREDICTED PEAK VERTICAL g-LOADS (TIMES OF OCCURRENCE-SEC.)

USING CFE ANALYSIS - LEVEL IMPACT

IMPACT CASE	NODE NUMBER (SEE FIGURE 3)					
	211	215	214	61*	136*	137*
LEVEL	8.6	8.6	11.0	11.0	11.0	8.6
V_o = 34.7 IN/SEC.	(0.019)	(0.019)	(0.021)	(.019)	(.019)	(.019)
WING LOAD			- 0.8	- 8.2	- 8.2	- 5.4
= 537 LBS.			(.007)	(.01)	(.01)	(.01)
LEVEL	19.4	19.4	20.4	14.4	14.0	14.2
V_o = 525 IN/SEC.	(.02)	(.02)	(.02)	(.018)	(.016)	(.018)
WING LOAD	-.8	-.8		-7.2	7.2	-5.6
= 537 LBS.	(.001)	(.001)		(.008)	(.006)	(.01)

* FILTERED USING A FIFTH-ORDER CHEBYSHEV LOW-PASS FILTER WITH A PASSBAND OF 62.5 HZ AND STOPBAND EDGE OF 125 HZ

TABLE 4 - SUMMARY OF PEAK MEASUREMENT g-LOADS (AND TIME OF OCCURRENCE-SEC.)

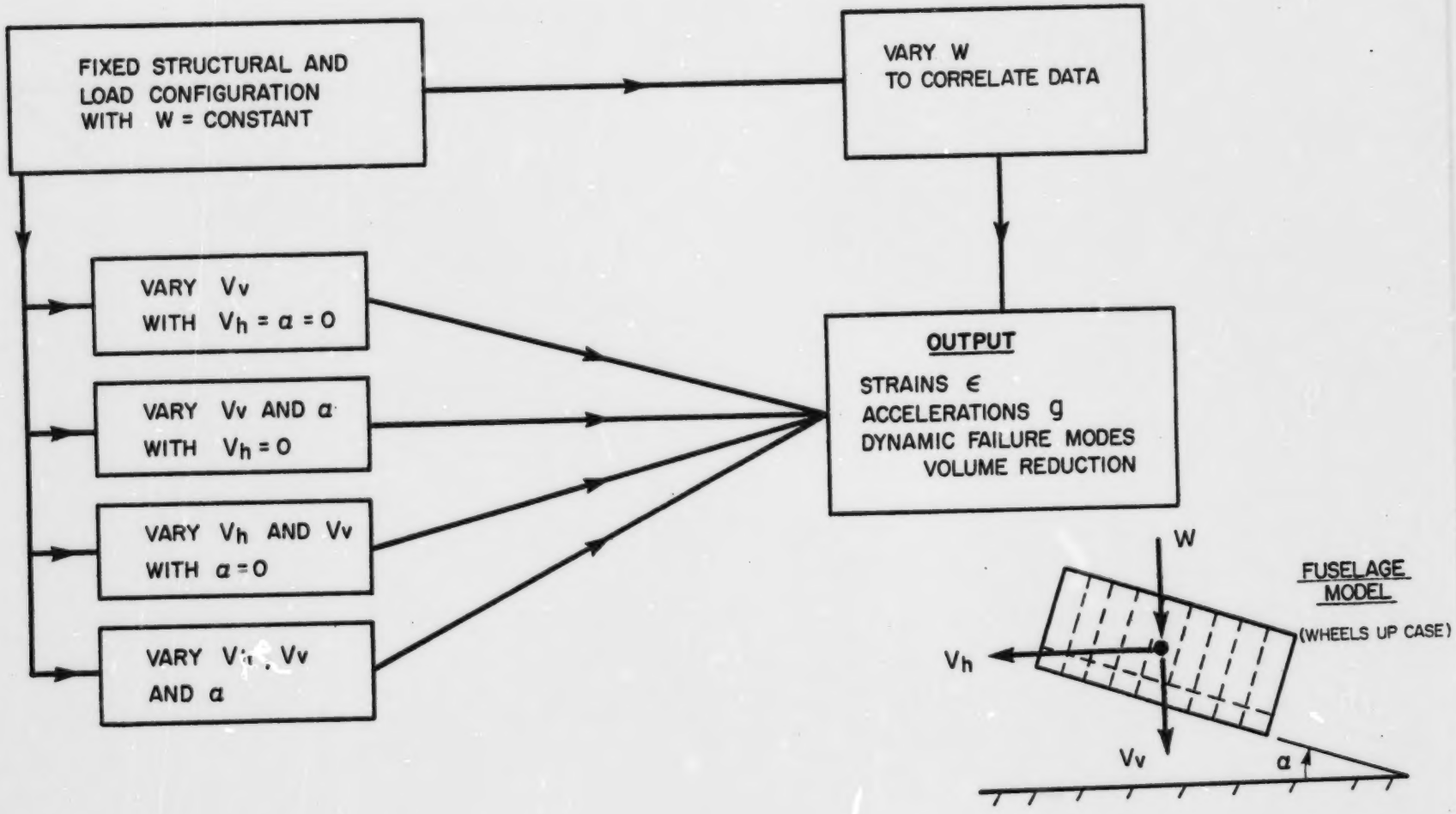
FOR 'FREE FLIGHT' CRASH TEST

METHOD OF DATA ACQUISITION		LOCATION OF ACCELEROMETER (SEE FIG. 14)†					
		#1 HORIZONTAL	#2	#3	#4	#5 HORIZONTAL	#6
T.M.* TAPE RECORDER	FIRST IMPACT	.76 (.056) -.60 (.049)	8.3 (.073) -4.3 (.013)	3.70(.057) -.70 (.017)	8.1 (.077) 5.2 (.026) -9.4 (.057)	2.8 (.017) -5.7 (.023)	2.0 (.029) -6.1 (.006) - 5.7 (.020)
	SECOND IMPACT	.6 (.145) -.87 (.152)	32.1 (.123) -17.5 (.127)	7.3 (.146) -1.2 (.201)	-29.2 (.126) 22.0 (.120)	5.1 (.151) -13.7 (.121)	18 (.128) -14.1 (.119)
VISICORDER OSCILLO-GRAPH	FIRST IMPACT	0.4 (.049) -1.3 (.059)	5.7 (.031,.077) -7.1 (.075)	1.1 (.05) -2.2 (.01)	7.08 (.03) -9.2 (.061)	3.4 (.025) -3.1 (.016)	4.0 (.022) -2.8 (.032)
	SECOND IMPACT	.88 (.16) -2.70 (.13)	18.6 (.146) -31.7 (.143)	2.8 (.203) -4.6 (.137)	-	11.4 (.132) -6.5 (.153)	16.0 (.122) -20.9 (.129)

* SAMPLING RATE WAS 5000 PER SECOND FOR 2 CHANNELS

† VERTICAL UNLESS NOTED.

FIG. 1 PROGRAMME VARIABLES FOR GIVEN STRUCTURAL AND LOAD CONFIGURATIONS



— VARY STRUCTURAL PARAMETERS (Rib Frames, Axial Stiffening Cross-Section , Floor Beam Structure and its Depth to Cylinder Diameter Ratio)

— VARY LOADING CONDITIONS (High and Low Wings)

— CONSIDER CUTOUTS

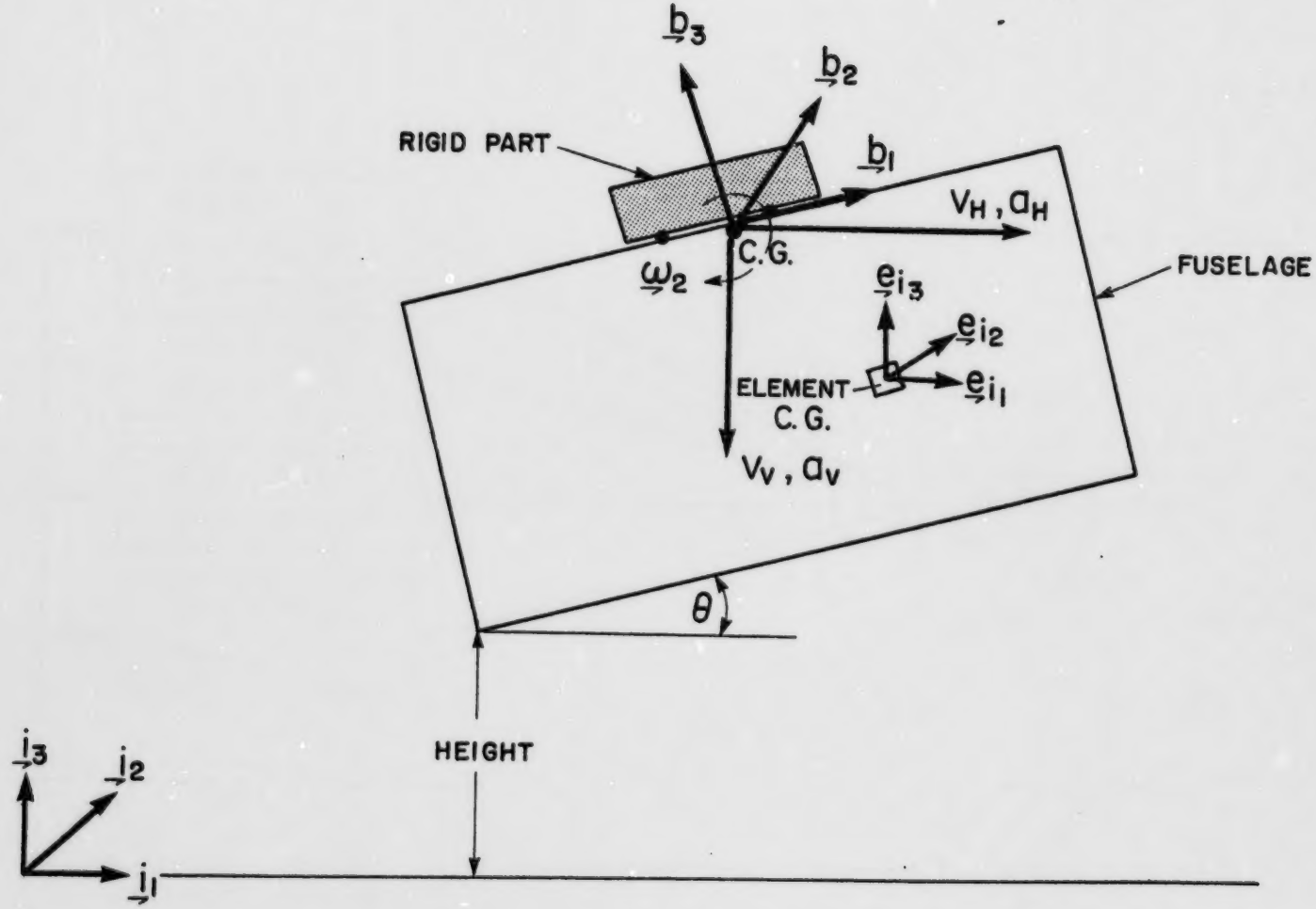


Fig. 2 REFERENCE FRAMES

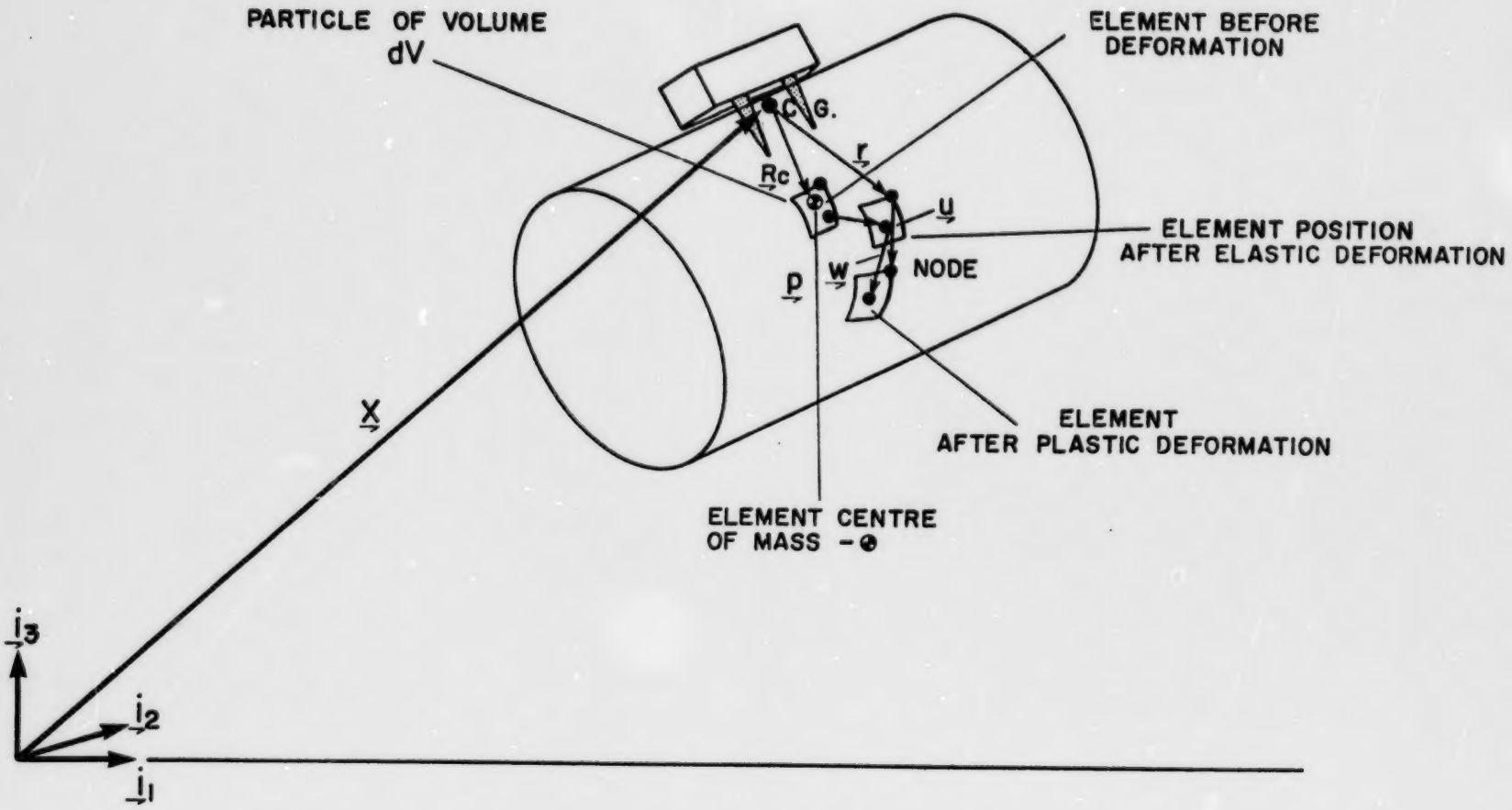
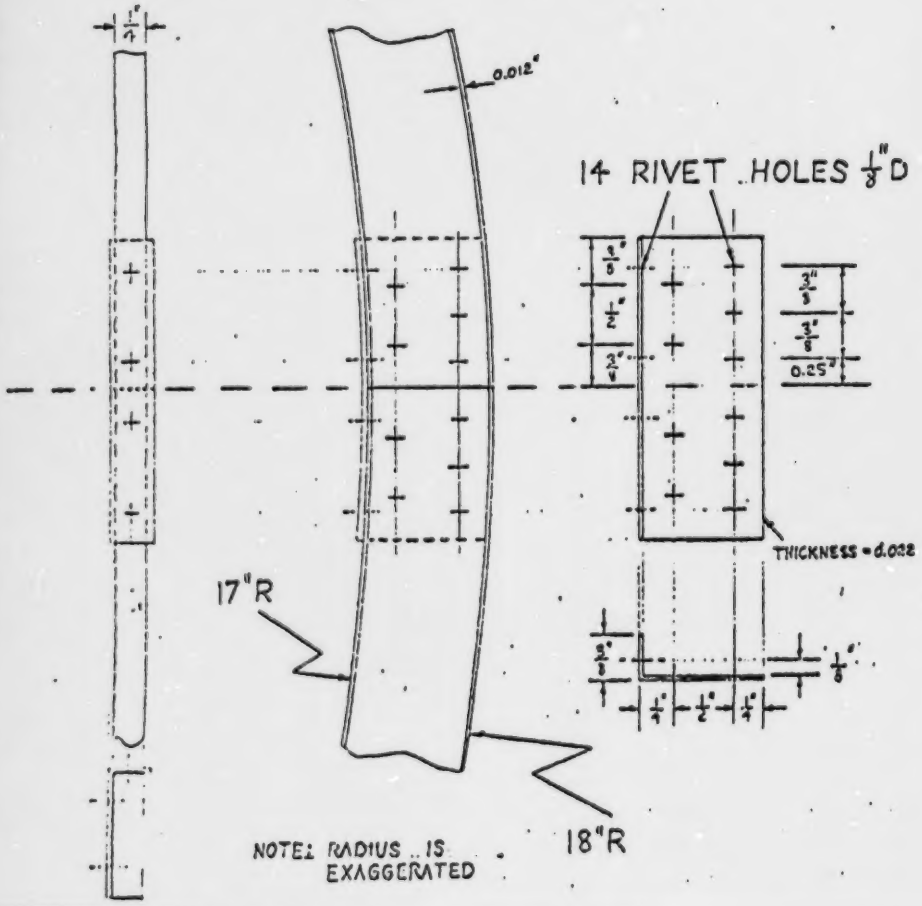


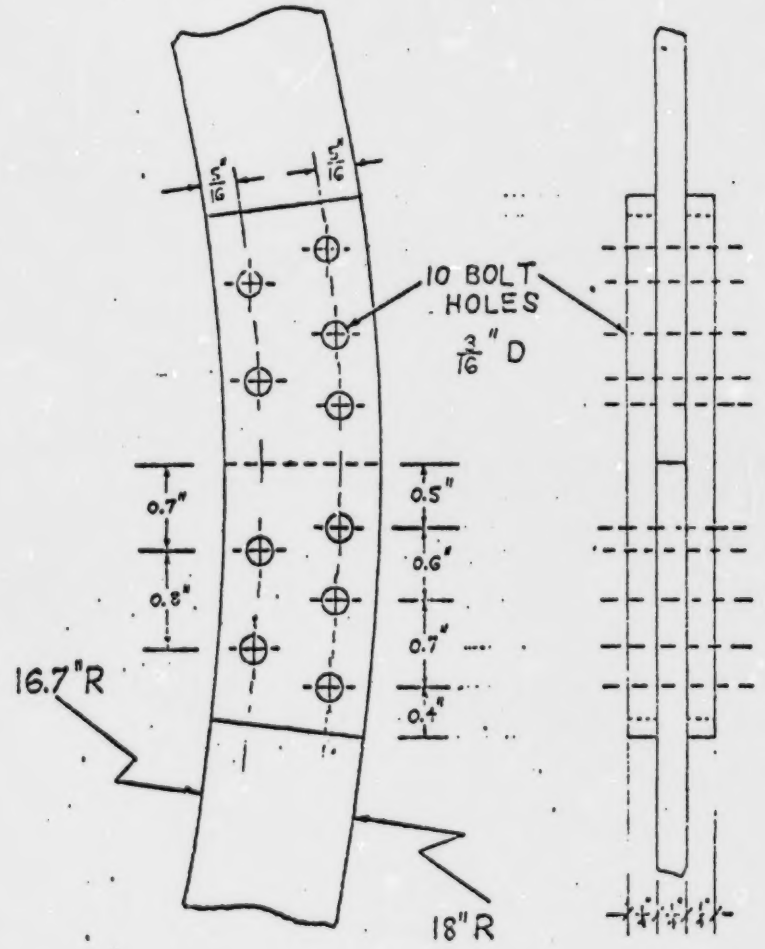
Fig. 3 VECTOR POSITION OF THE PARTICLE dV

FIG. 4

CLOSING OF LIGHT RIB FRAMES



CLOSING ... OF HEAVY MAIN FRAMES



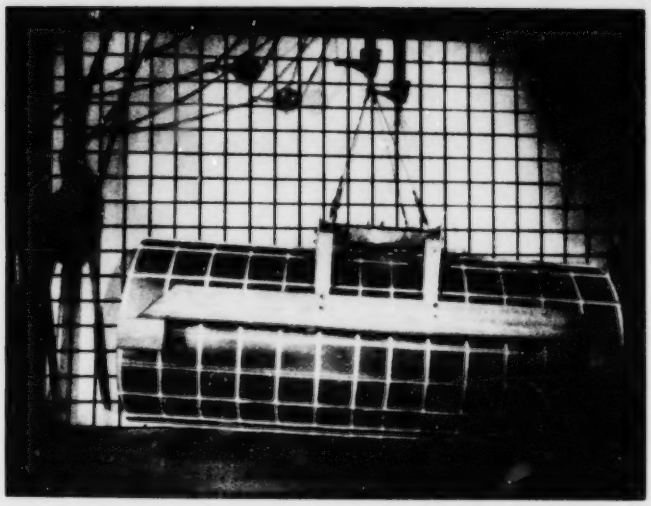


FIG. 5 PRE-CRASH SIDE VIEW OF THE FUSELAGE.

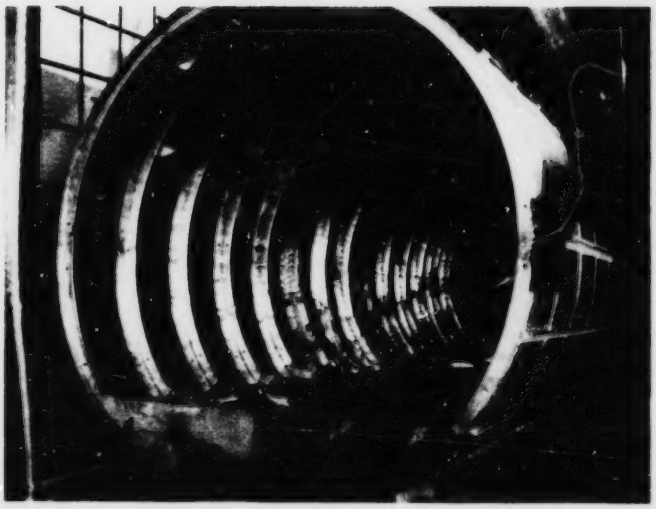


FIG. 6 PRE-CRASH INSIDE VIEW OF THE FUSELAGE.

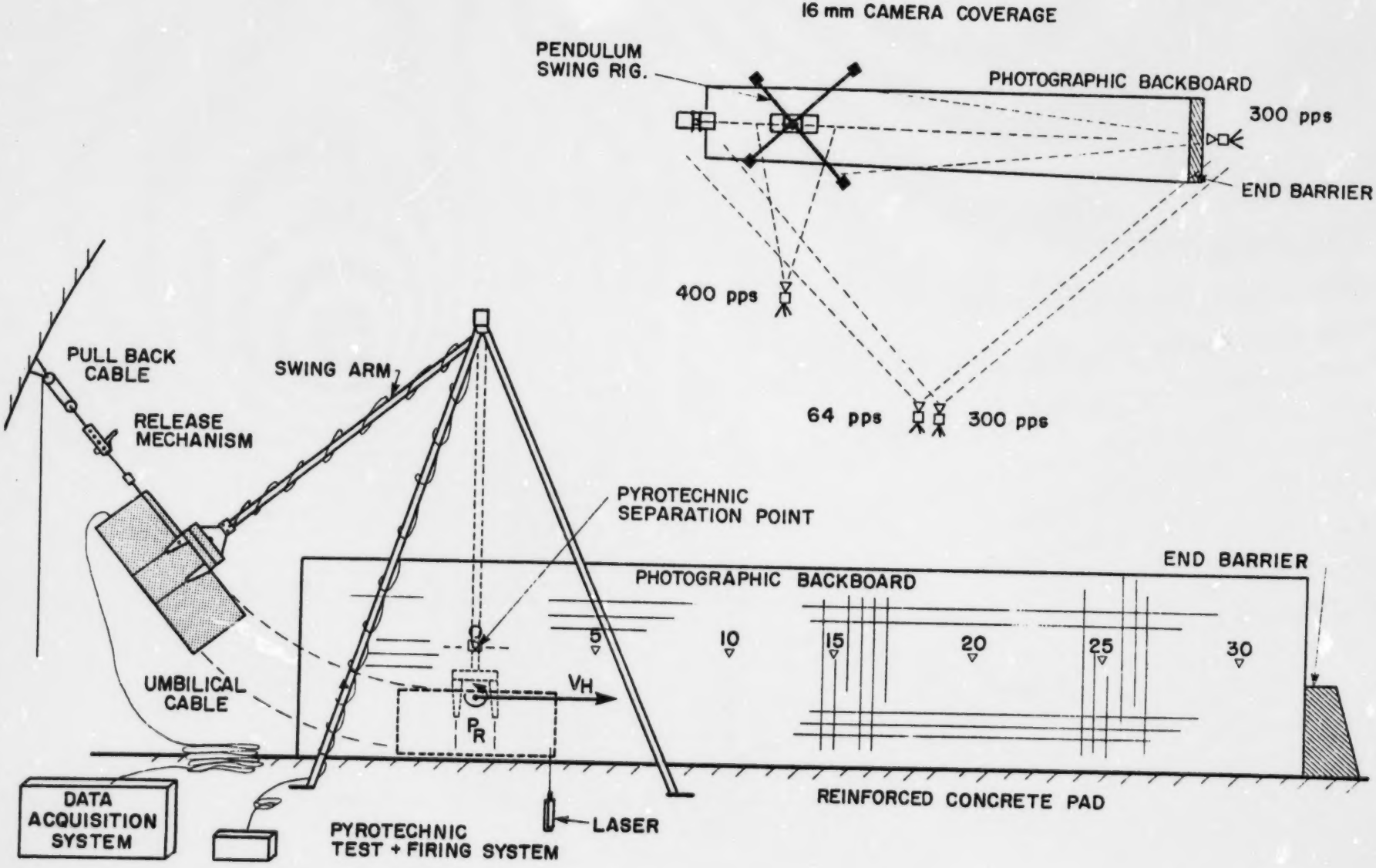


Fig. 7 SCHEMATIC OF PENDULUM GANTRY FOR FREE-FLIGHT TESTS

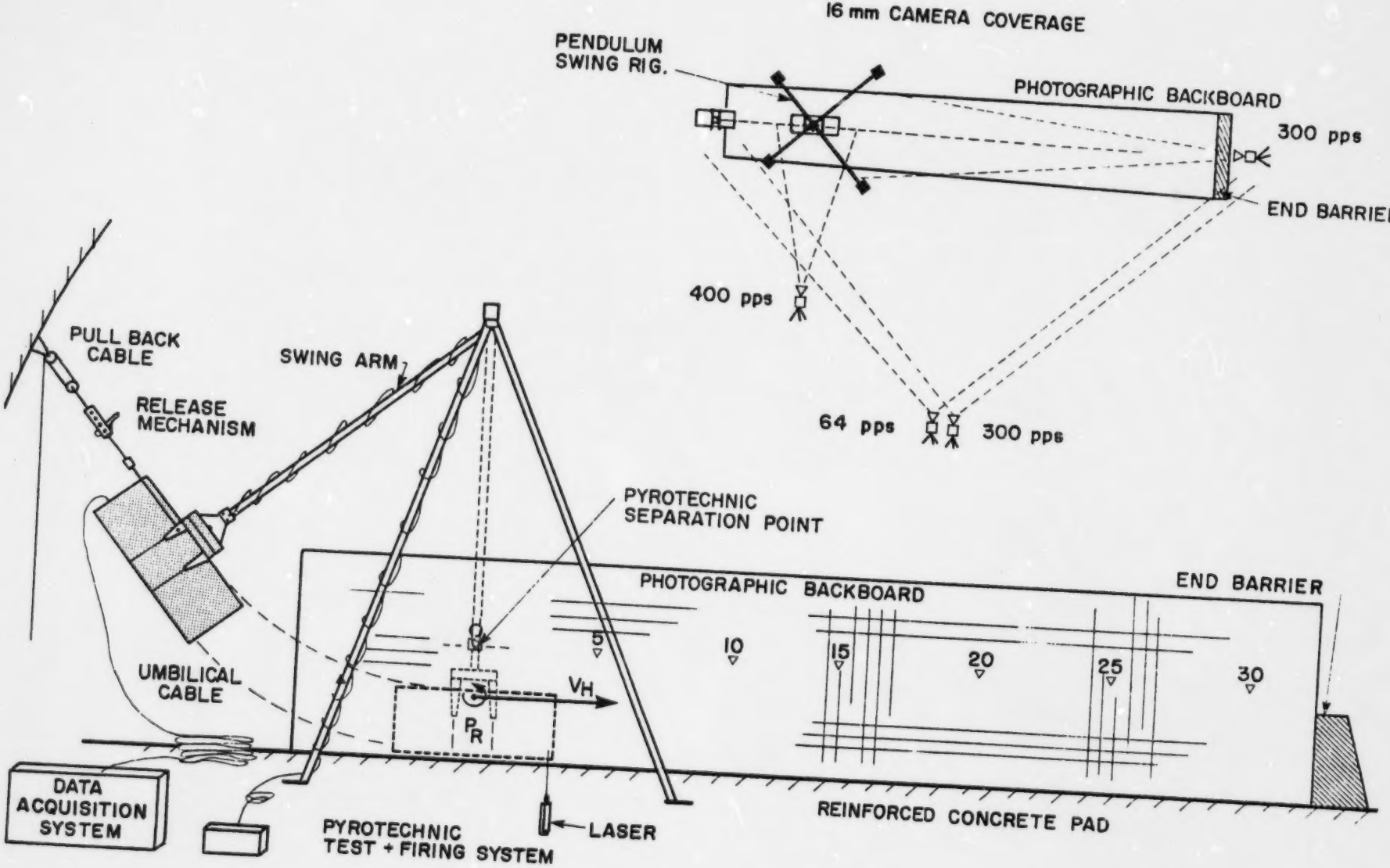


Fig. 7 SCHEMATIC OF PENDULUM GANTRY FOR FREE-FLIGHT TESTS

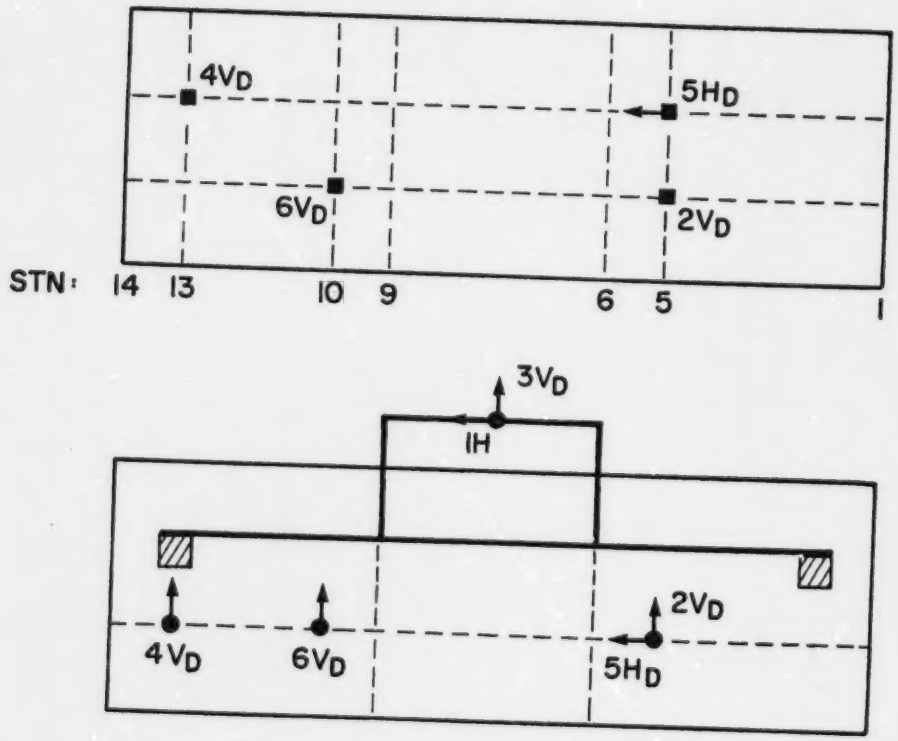


FIG. 9 ACCELEROMETER LOCATIONS FOR FREE-FLIGHT IMPACT TEST.

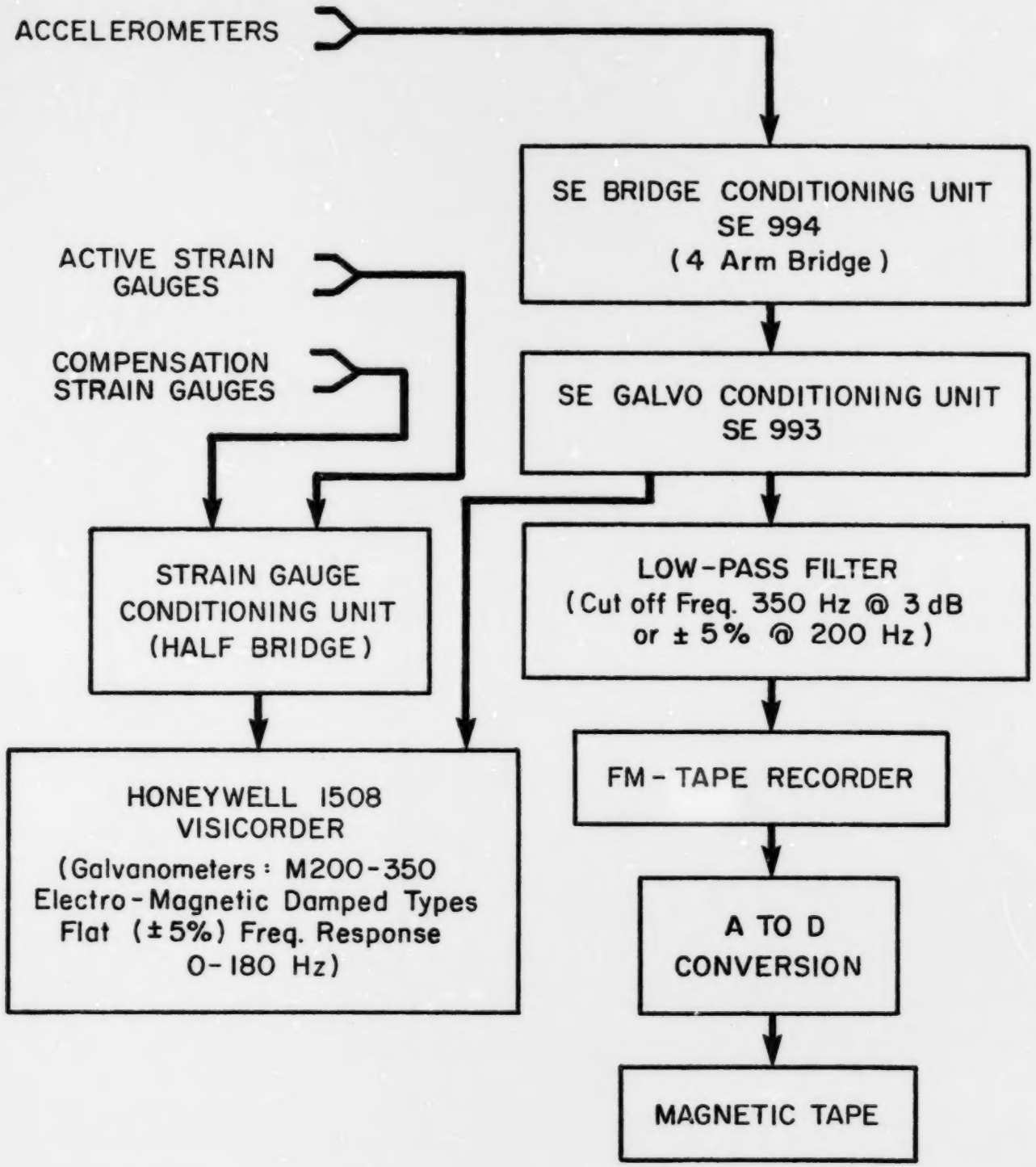


Fig. 10 DATA ACQUISITION SYSTEM

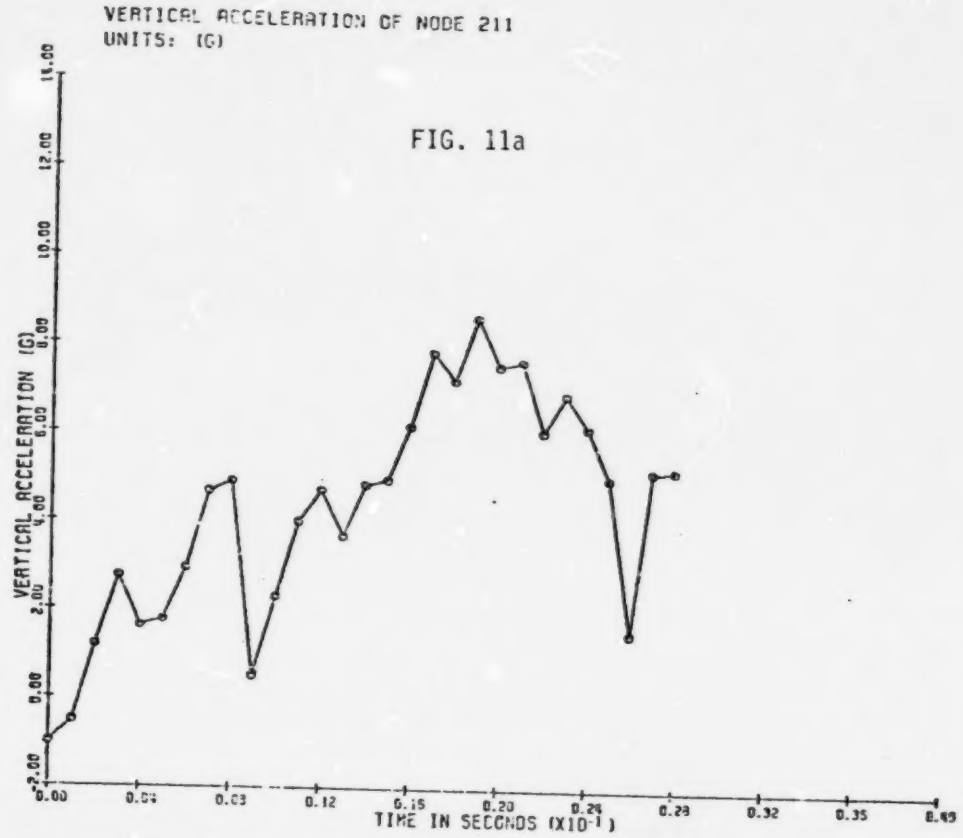
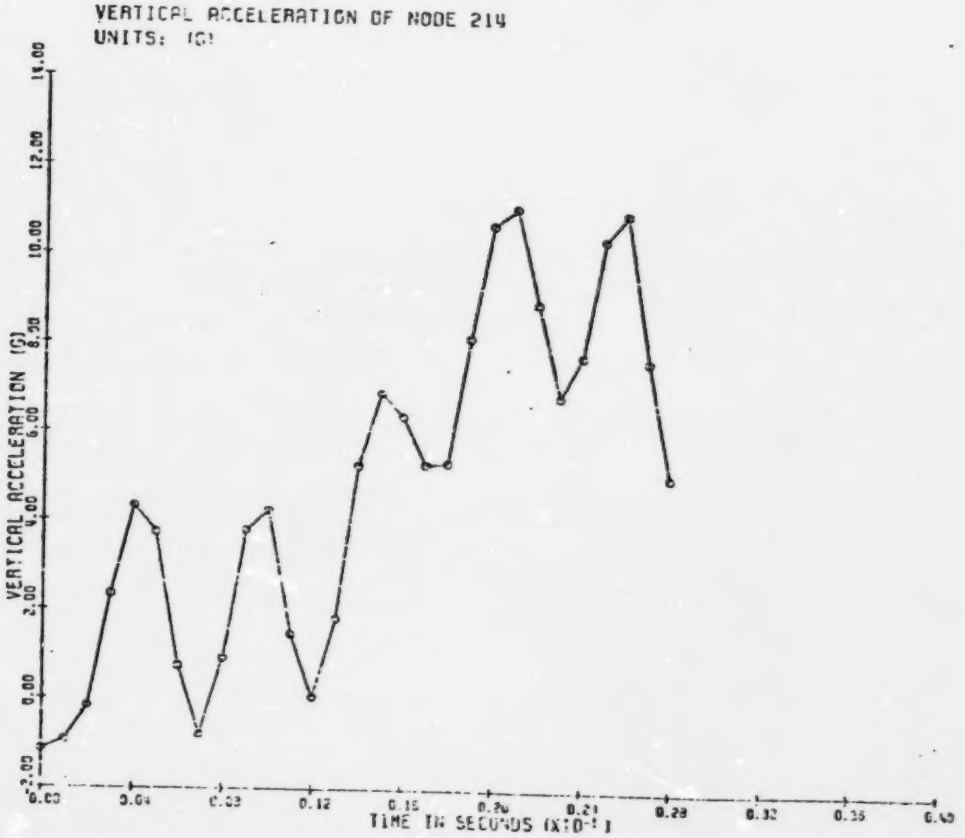
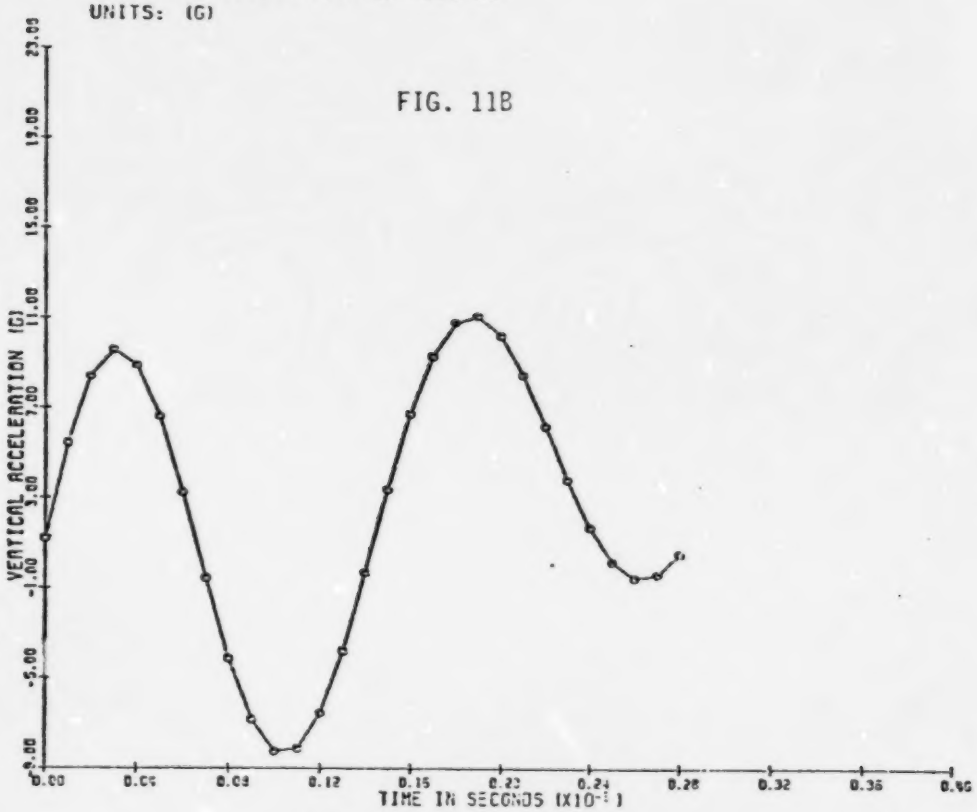

VERTICAL ACCELERATION OF NODE 211
UNITS: (G)
VERTICAL ACCELERATION (G)
TIME IN SECONDS (X10⁻¹)

FIG. 11a

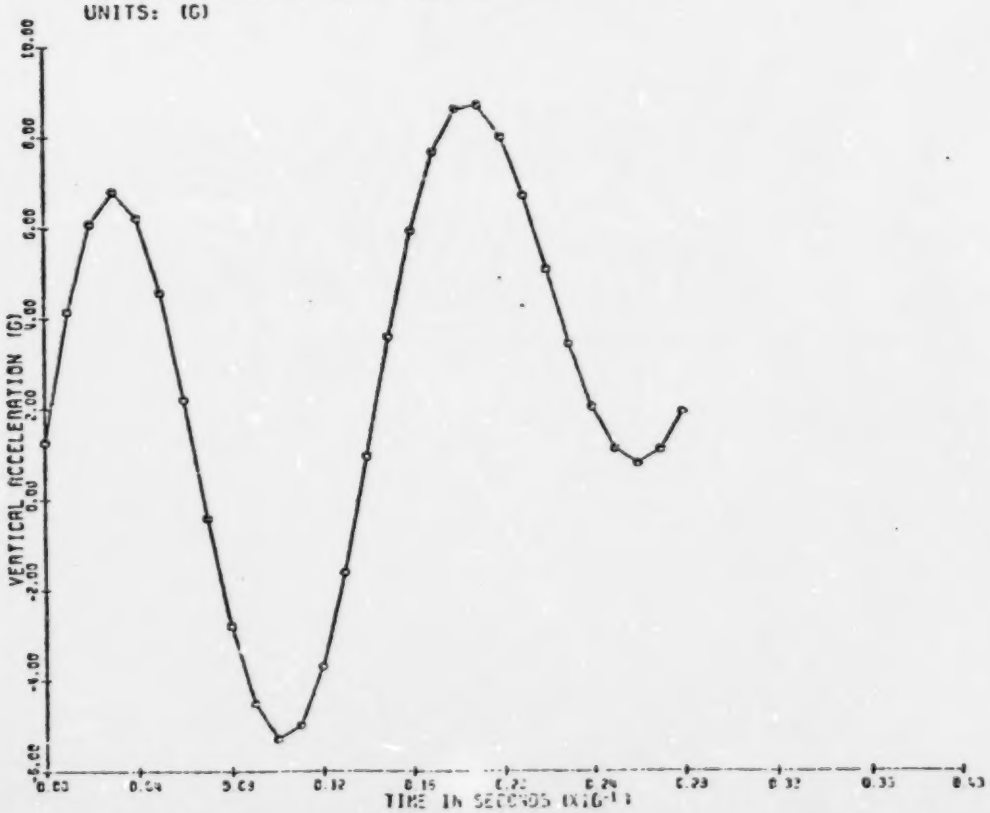

VERTICAL ACCELERATION OF NODE 214
UNITS: (G)
VERTICAL ACCELERATION (G)
TIME IN SECONDS (X10⁻¹)

VERTICAL ACCELERATION OF NODE 61
UNITS: (G)

FIG. 11B



VERTICAL ACCELERATION OF NODE 137
UNITS: (G)



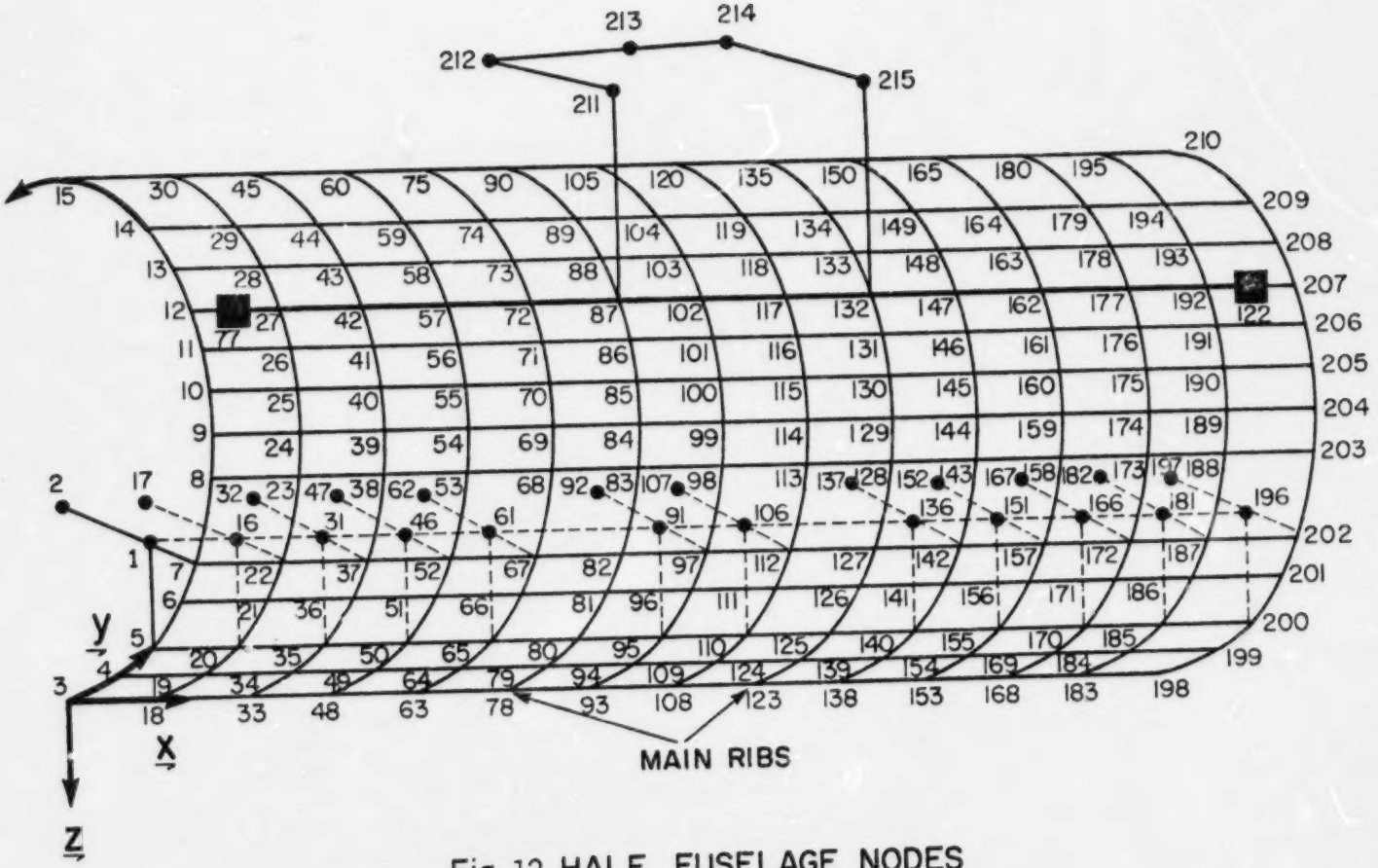


Fig. 12 HALF FUSELAGE NODES

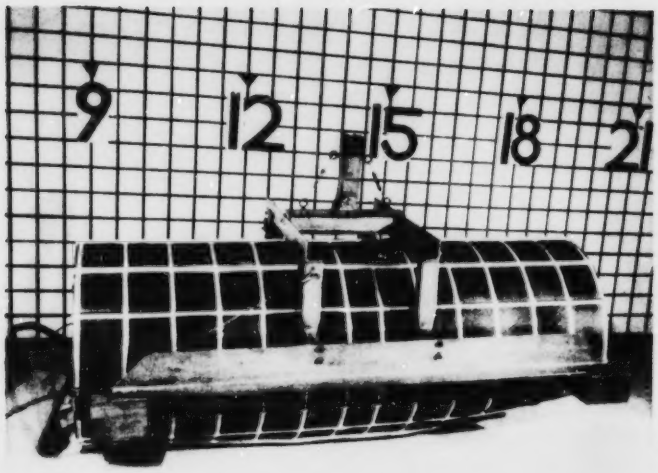


FIG. 13 POST-CRASH SIDE VIEW OF RIB/STRINGER 'FREE FLIGHT' FUSELAGE.

FIG. 14A

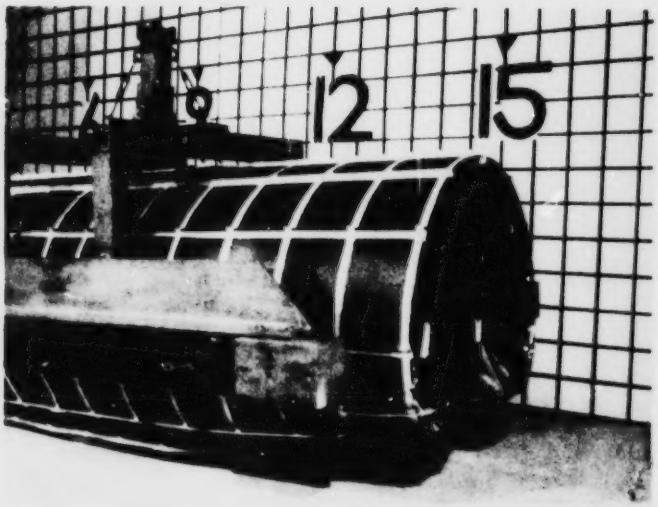


FIG. 14A, B POST-CRASH FRONT VIEW OF RIB/STRINGER 'FREE FLIGHT' FUSELAGE.

FIG. 15a ACCELERATION TIME HISTORY (ONE FRAME BEFORE AFT MAIN FRAME (FLOOR))

FREE FLIGHT

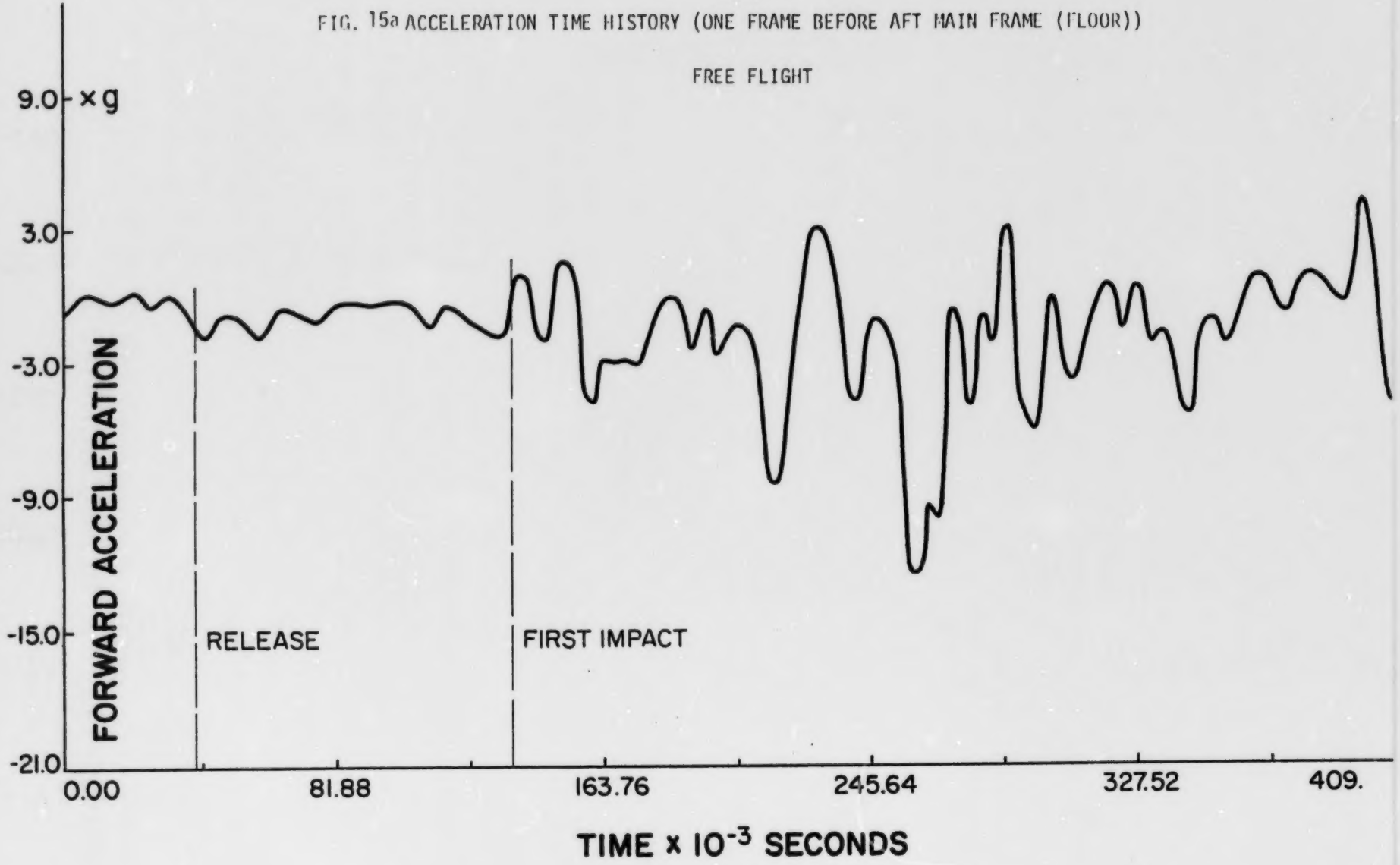
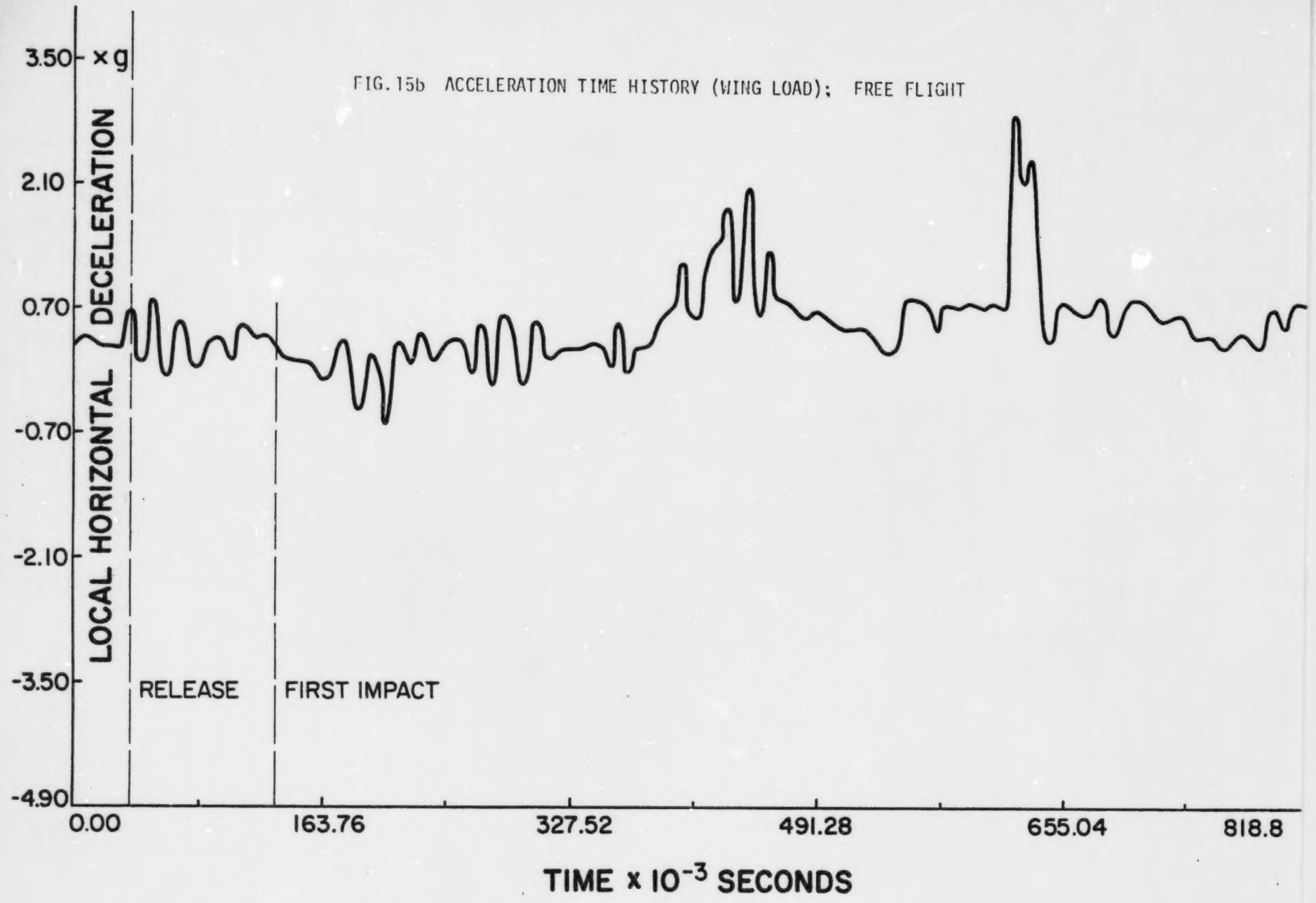


FIG. 15b ACCELERATION TIME HISTORY (WING LOAD); FREE FLIGHT



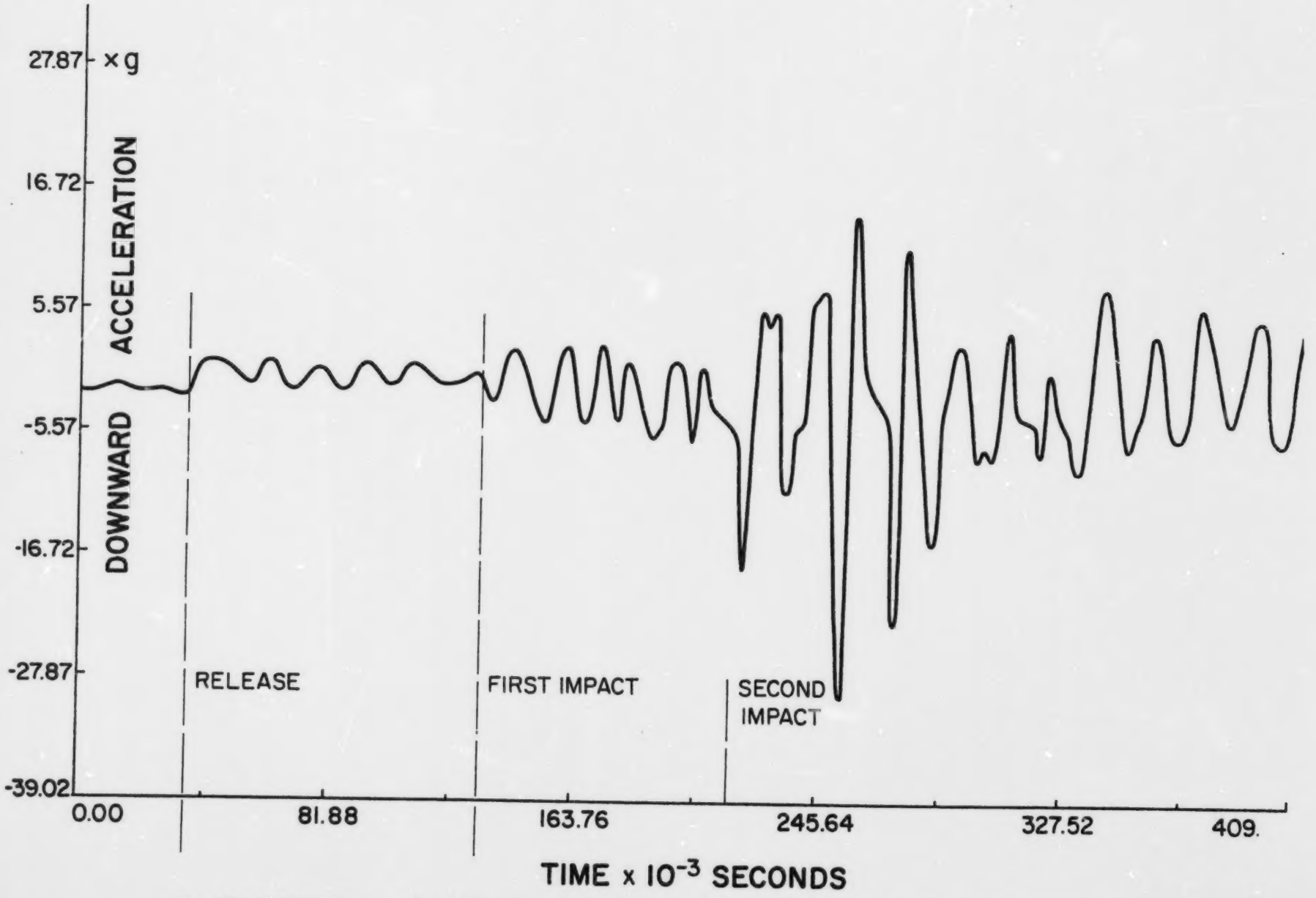


Fig. 15c 'FREE-FLIGHT' ACCELERATION-TIME HISTORY (I FRAME BEHIND AFT MAIN FRAME at FLOOR LEVEL , ACCEL. No. $2V_D$)

INSTITUTE
FOR
AEROSPACE STUDIES
UNIVERSITY OF TORONTO

TP3925F

ANALYSE DYNAMIQUE À L'ÉCRASEMENT DES STRUCTURES D'AÉRONEF LÉGER À L'AIDE DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

par

A. P. Nanyaro

Report du Resume Final Présenté

au

Centre du Development du Transport
sous le Contract No. 01SU T8200-7-7536

le 31 octobre, 1982

CA!
DTC 847
82
C62Z
c.2

TP3925F

ANALYSE DYNAMIQUE À L'ÉCRASEMENT DES STRUCTURES D'AÉRONEF LÉGER À L'AIDE DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

Library and Information Centre
Centre de Documentation (CDLA)
RECEIVED — REÇU LE
1984
Transport Canada Transports Canada

par

A. P. Nanyaro

Report du Resume Final Présenté

au

Centre du Development du Transport
sous le Contract No. 01SU T8200-7-7536

le 31 octobre, 1982

FORMULE DE DOCUMENTATION POUR RAPPORT

1. N° du rapport Transports Canada	2. N° de l'étude — CDT	3. N° de catalogue du destinataire
TP 3925F	4121	

4. Titre et sous-titre	5. Date du rapport
ANALYSE DYNAMIQUE À L'ÉCRASEMENT DES STRUCTURES D'AERONEF LÉGER À L'AIDE DE LA METHODE DES ELEMENTS FINIS	août 1982
	6. N° du rapport de l'organisme exécutant

7. Auteur(s)	8. N° de dossier Transports Canada
A. P. Nanyaro	D1455-106-3

9. Nom et adresse de l'organisme exécutant	10. N° de dossier — ASC
Institute for Aerospace Studies University of Toronto Downsview, Ontario.	09SD.T8200-9-9544
	11. N° de contrat — ASC ou Transports Canada
	OSD79-00130

12. Nom et adresse de l'organisme parrain	13. Genre de rapport et période visée
Centre de développement des transports, 1000 o., rue Sherbrooke, Suite 2421, Montréal, Québec, H3A 2R3	Sommaire, mars 80-août 82
	14. Code de l'organisme parrain
	4121

15. Remarques additionnelles	16. Agent de projet — CDT
	C. Alfred Versailles

17. Résumé

Un programme complet d'étude analytique et d'éxperimentations a été exécuté pour déterminer le comportement dynamique de nacelles d'avions soumises à des impacts d'intensités variables. Deux modèles analytiques ont permis d'obtenir les équations de mouvement, l'un fondé sur une méthode cohérente des elements finis, l'autre sur une solution approchée a l'aide du programme LMFE (lumped mass-finite element). Bien que ces deux méthodes analytiques se limitent normalement aux valeurs géométriquement linéaires, leur domaine d'application a pu être étendu pour tenir compte des non linéarités des matériaux et des effets de dissipation. Des essais exhaustifs ont été faits sur des sections à l'échelle et rigides d'une nacelle en aluminium, dans des conditions de charges alajres, d'incidences et de vitesses d'impact variables. Les chercheurs ont étudié l'effet des impacts en chute verticale et, à l'aide d'un portique à pendule, celui des impacts en vol libre. Ils ont mesuré les facteurs de charge et les déformations maximales en plus de prendre des photographies haute vitesse au moment où s'ffectuait la ruine des maquettes.

18. Mots-clés	19. Diffusion
Résistance à l'écrasement. Structures de nacelles. Méthode des éléments finis. Installation d'essais d'écrasement. Essais sur maquettes.	Le CDT dispose d'un nombre limité d'exemplaires

20. Classification de sécurité (de ce rapport)	21. Classification de sécurité (de cette page)	22. Nombre de pages	23. Prix
Nil	Nil		Nil

REPORT DOCUMENTATION FORM

1. Transport Canada Report No.	2. TDC Project No.	3. Recipient's Catalogue No.
TP3925F	4121	

4. Title and Subtitle	5. Report Date
ANALYSE DYNAMIQUE À L'ÉCRASEMENT DES STRUCTURES D'AÉRONEF LÉGER À L'AIDE DE LA MÉTHODE DES ELÉMENTS FINIS	August 1982
	6. Performing Organization Report No.

7. Author(s)	8. Transport Canada File No.
A. P. Nanyaro	D1455-106-3

9. Performing Organization Name and Address	10. DSS File No.
Institute for Aerospace Studies University of Toronto Downsview, Ontario.	09SD.T8200-9-9544
	11. DSS or Transport Canada Contract No. OSD79-00130

12. Sponsoring Agency Name and Address	13. Type of Report and Period Covered
Transportation Development Centre (TDC) 1000 Sherbrooke St. West, Suite 2421, Montreal, Quebec, H3A 2R3.	Summary, Mar. 80 - Aug. 82
	14. Sponsoring Agency Code 4121

15. Supplementary Notes	16. TDC Project Officer
	C. Alfred Versailles

17. Abstract

A comprehensive program has been undertaken to investigate both analytically and experimentally the dynamic behaviour of aircraft fuselage structures subject to various impact conditions. Two analytical models have been used to derive the motion equations, one based on a self-consistent finite element (CFE) technique and the other on a more approximate, lumped mass-finite element approach (LMFE). Although both analyses are restricted to linear geometric considerations, they do permit the inclusion of non-linear material behaviour and dissipative effects. Extensive testing of scale model stiffened aluminum fuselage sections has been completed for a wide range of wing loads, angles of incidence and impact velocities. Both vertical drop tests and 'free-flight' impacts using a pendulum gantry have been studied. Test data have been obtained in terms of maximum structural strains, g-loads and high speed photographs of the dynamic collapse modes.

18. Key Words	19. Distribution Statement
Aircraft Crashworthiness, Fuselage Structures, Finite Element Model, Crash Facility, Model Tests	Limited number of copies available from TDC

20. Security Classification (of this report)	21. Security Classification (of this page)	22. No. of Pages	23. Price
Nil	Nil		Nil

ANALYSE DYNAMIQUE À L'ÉCRASEMENT DES STRUCTURES D'AÉRONEF LÉGER À L'AIDE DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS

A.P. Nanyaro*

Institut des études aérospatiales
Université de Toronto
Toronto, Ontario, Canada

RÉSUMÉ

On fait actuellement de très gros efforts de recherche pour réaliser des aéronefs pouvant résister à un écrasement. La majorité des accidents ont lieu au décollage ou à l'atterrissage. Si l'on pouvait restreindre l'affaissement des structures lors des écrasements, il serait alors possible de minimiser les pertes de vies humaines, les blessures et les dommages matériels. Il s'agit donc de concevoir un système le plus léger possible qui puisse maintenir l'intégrité structurale de la cabine et du fuselage tout en absorbant l'énergie dégagée lors de l'impact et en minimisant aussi le facteur de charge. Pour que les passagers puissent survivre et quitter l'appareil, il est souhaitable de limiter autant que possible la réduction de volume durant et après l'impact.

Dans ce rapport, l'auteur présente un système homogène d'équations de mouvement développé à l'aide de la méthode des éléments finis. Les équations ont été linéarisées et leur domaine d'application étendu pour tenir compte des non linéarités des matériaux. On s'est attaché à l'étude des cadres, lisses et plaques bombées. Les matrices ont été obtenues d'une manière qui en facilite le calcul sur ordinateur. Le système d'équations a ensuite été résolu en utilisant la méthode implicite B de Newmark, avec "résolution dite frontale". Cette façon de procéder permet d'éviter l'inversion des matrices à chaque élément de temps. De plus, elle n'exige pas de condensation statique. En outre, cette technique requiert sur l'ordinateur un espace de stockage moindre et possède d'autres avantages, dont la stabilité et la précision. Les

---

* Ingénieur de recherche

résultats de cette analyse ont ensuite été comparés aux résultats des essais en "vol libre", réalisés au laboratoire des impacts de l'Institut des études aérospatiales, à l'Université de Toronto. Pour ces essais d'impact, on a utilisé des modèles réduits de fuselage en aluminium d'environ 3' de diamètre sur 7' de longueur. Les données dynamiques ont été obtenues sous forme de facteurs de charge et de déformations. De plus, des photographies haute vitesse de la maquette, prises lors de l'impact, ont été comparées aux graphiques réalisés sur ordinateur lors de la phase théorique de l'analyse.

NOTATION

$\vec{A}$	accélération dans le cadre de référence d'inertie
a_I	accélération lors de l'étape d'intégration temporelle I
$\vec{b}$	cadre de référence du fuselage
$\bar{c}_i$	matrice de transformation du cadre de référence de l'élément au cadre de référence du fuselage
c	matrice de transformation du cadre de référence du fuselage au cadre de référence d'inertie
c.m.	centre de gravité
D	matrice des coefficients de déplacement dans $\varepsilon = D\bar{\omega}$
dv	élément (différentiel) de volume
d_I	déplacement nodal à l'intervalle de temps I
$\bar{d}$	vecteur total des degrés de liberté nodaux de l'élément
$\bar{d}_c$, $\bar{d}_p$	degrés de liberté nodaux en coordonnées cartésiennes et curvilinéaires, respectivement
E	module d'élasticité de Young
$\vec{e}_i$	cadre de référence de l'élément i
f*	force en coordonnées cartésiennes, y compris les forces inertielles
F	(matrice $(6n_s \times 6n_s)$ de relation entre $\bar{\delta}$ et Γ
$\bar{F}^{sj}$	force appliquée par des éléments finis au corps nodal j

$\bar{G}(\xi,\eta,\zeta)$	matrice (3x1) des forces agissant sur un élément
$\bar{g}$	matrice de couplage gyroscopique d'un élément ($6n_j$ x $6n_j$)
$\vec{H}^j$	vitesse angulaire acquise du corps nodal j autour de son centre de gravité
I^j	matrice d'inertie pour la dyade en base $\bar{e}$
$\vec{I}$	cadre de référence d'inertie
I_{xx}	moment d'inertie autour de l'axe X
I_{yy}	moment d'inertie autour de l'axe Y
I_{zz}	moment d'inertie autour de l'axe Z
K	matrice de rigidité
$\bar{L}_s^s$	matrice ($6n_s$ x 1) des forces et des moments de torsion sur les noeuds de l'élément s dans le référentiel de l'élément
L_s^b, L_s	matrice des forces et des moments de torsion sur les noeuds de l'élément s dans le cadre de référence fuselage
M	matrice de masse
$\bar{m}_s$	matrice de masse homogène pour l'élément s
$\bar{m}$	matrice de masse homogène pour l'élément
m^j	masse du j-ième point nodal ou masse nodale
M*	moments en coordonnées cartésiennes, y compris les forces inertielles
n_s	nombre de noeuds pour les éléments finis

W'	matrice de relation entre W et d, ou PF^{-1}
W^*	travail virtuel
$\ddot{\bar{W}}$	dérivée seconde de W par rapport au temps dans le cadre de référence d'inertie
$\bar{W}_b$	$\bar{W}_b$ dans le cadre de référence fuselage
W'_c	W' au centre de gravité de l'élément
$\vec{\bar{X}}$	position du centre de gravité du fuselage dans le cadre de référence d'inertie

Symboles grecs

$\bar{a}$	matrice de rigidité à l'accélération angulaire de l'élément
$\bar{\delta}_j$	rotation du corps nodal j
δ	petite variation
Γ	inconnues scalaires découlant des déplacements nodaux
$\bar{\varepsilon}$	matrice de déformation
$\varepsilon_s, \varepsilon_\theta, \varepsilon_{s\theta}$	déformations définies dans l'équation 2
ξ, η, ζ	coordonnées cartésiennes de l'élément
$\bar{K}$	matrice de rigidité centrifuge
$\bar{\rho}$	vecteur de déformation plastique de l'élément
$\bar{\sigma}$	matrice de contrainte
$\bar{\sigma}'$	contrainte due à la plasticité et à la non-linéarité

P_D	matrice (3 x $6n_s$) de relation entre $\tilde{\omega}$ et Γ
$\vec{P}$	vecteur de la charge appliquée
$P_B(x,y)$	vecteur de la charge de membrane ou de pliage appliquée
$\vec{P}$	position de la particule avec le volume dV à partir du centre de gravité de l'élément
r	rayon de courbure
$\vec{R}_c$	vecteur position du centre de gravité de l'élément au centre de gravité du fuselage
$\vec{r}^i$	position nodale d'une node i à partir du centre de gravité de fuselage pour l'élément s
s	indice désignant l'élément s
T^j	moment de torsion sur le corps nodal j dans le cadre de référence fuselage
t^j	moment de torsion extérieur exercé sur le corps nodal j
U*	énergie de formation virtuelle
u	déplacement en x de la fonction d'essai
$u_{,x}$	dérivée de u par rapport à x
v	déplacement en Y de la fonction d'essai
$v_{,y}$	dérivée de v par rapport à y
w	déplacement en z (hors du plan)
$\bar{W}$	matrice (6x1) des déplacements u, v et w, y compris le vecteur de déplacement plastique

1. INTRODUCTION

Il existe une littérature relativement abondante[1-5] sur la nécessité de construire des aéronefs et des automobiles offrant une sécurité en cas d'écrasement ou d'impact. Toutefois, l'élaboration de normes de conception en est encore à ses débuts. De telles exigences ont été établies aux États-Unis pour les appareils de transport de troupes et les automobiles de tourisme.[6] La plupart des recherches en ce domaine ont d'abord été axées sur les automobiles[4] et les hélicoptères.[7] Puis la NASA et la FAA ont mis au point un programme d'essais et d'analyses d'"écrasement" pour les aéronefs de l'aviation générale[8-12]. Trois programmes informatiques: KRASH, DYCAST et ACTION ont été élaborés dans le cadre de ce programme. La résistance à l'impact d'un véhicule peut être évaluée de plusieurs façons. On peut utiliser des maquettes réduites ou vraie grandeur d'aéronefs et leur faire subir des essais d'impact. Une combinaison d'essais et d'études numériques, connue sous le nom de méthode hybride, a permis de créer des programmes informatiques comme KRASH,[14,15] et LMFE.[26] Dans ce genre d'analyse, la structure est subdivisée en sous-sections qui sont soumises à des essais d'impact pour en déterminer les caractéristiques de rigidité; ces sous-sections peuvent aussi être analysées séparément. Une autre méthode est celle de l'approche théorique globale. La méthode des éléments finis permet d'obtenir des résultats indépendants qui sont ensuite comparés aux résultats des essais. On peut utiliser ce modèle en pleine confiance pour diverses situations. Certains programmes informatiques basés sur cette approche sont en cours d'élaboration; mentionnons DYCAST[7,16], ACTION[7] et CFE (qui fait l'objet de la présente communication). De nombreuses données expérimentales seront requises pour valider ces programmes. Des essais ont déjà été entrepris aux installations de recherche sur la dynamique des impacts, à la base Langley de la NASA.[17] Ces essais ont porté sur des hélicoptères CH-47,[18] les aéronefs à ailes hautes et basses[21] ainsi que des sections de fuselage d'aéronefs.[13] À l'Institut des études aérospatiales de l'Université de Toronto, on a procédé à des essais sur des grandes maquettes.[26-28] Les essais doivent être crédibles pour valider les programmes informatiques.

Les programmes ont permis de prévoir les accélérations avec un certain succès mais il serait désirable d'obtenir des données détaillées sur la réduction volumique et les charges sur la structure primaire. Les systèmes

ω	vitesse angulaire
ω^e	vitesse angulaire de l'élément autour des axes du fuselage
ω^b	vitesse angulaire du fuselage autour des axes d'inertie

hydrides exigent une bonne part de jugement technique. Les essais sur des prototypes vraie grandeur sont coûteux et délicats; en outre, il n'est pas souhaitable de détruire les premiers prototypes. Il est donc plus économique d'élaborer et de valider des programmes informatiques qui serviront à la conception. Ces programmes doivent prévoir les déformations importantes ainsi que la plasticité, le flambage et la rupture des éléments d'un aéronef. De plus, ils doivent être faciles à utiliser.

Dans ce présent rapport, des équations de mouvement obtenues par la méthode des éléments finis servent à prévoir le comportement structural d'une section de fuselage à aile haute, dans des conditions "contrôlées" d'écrasement et configuration "train rentré". Jusqu'à présent les essais ont été faits pour différentes valeurs de la vitesse avant, de la vitesse verticale, de l'angle de tangage, de la vitesse de tangage ainsi que de charge alaire, comme le montre la Figure 1 (Tableau 1). L'utilisation de la méthode Béta de Newmark, avec "résolution frontale", rend possible la résolution sur ordinateur d'un système d'équations avec de nombreux degrés de liberté, tout en n'utilisant qu'une faible capacité de mémoire. Il n'a pas été utile d'employer la condensation statique. Grâce à ce mode de résolution, pendant que la rigidité d'un élément est déterminée on procède sur la rigidité globale à l'élimination gaussienne pour tenir compte des degrés de liberté dont la somme des influences a été faite.

2. OBTENTION DES ÉQUATIONS GÉNÉRALES DE MOUVEMENT D'UN AÉRONEF LORS DE L'IMPACT

Les équations de mouvement sont obtenues en utilisant le principe du travail virtuel. Pour un cas statique (ou dans le cas d'une charge quasistatique), ce principe veut que, pour tout déplacement virtuel, le travail fait par les forces exercées soit égal à la différence d'énergie potentielle qui en résulte. Les déplacements virtuels satisfont aux conditions aux limites. Ainsi, pour un déplacement virtuel $\delta(w)$, travail virtuel fait par la distribution de forces F, sur l'ensemble du fuselage est égale à:

$$\delta W^* = \int_{\text{fuselage}} [\delta(w)^T \cdot \bar{F}] dV \qquad (1)$$

La différence d'énergie potentielle après le déplacement virtuel dû à la déformation élastique et plastique est donnée par l'équation suivante:

$$\delta U^* = \int_{\text{fuselage}} [\delta(W)^T \cdot B^T \bar{\sigma}] dv \qquad (2)$$

où la déformation $\{\varepsilon\}$ égale $[B](W)$ et $[B]$ est un opérateur non linéaire de déplacement.

Dans une situation dynamique où l'on peut se trouver en présence de plasticité, de déformations importantes et d'amortissement, il faut ajouter les forces inertielles (à $\bar{F}$), au sens d'Alembert, c'est-à-dire:

$$- \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mu W). \qquad (3)$$

Il s'agit de forces de translation et de rotation. L'opérateur non linéaire $[B]$ représente les déformations importantes. On introduit la "plasticité" en représentant la contrainte $\bar{\sigma}$ par un opérateur agissant sur la déformation, de sorte que

$$\{\bar{\sigma}\} = [S]\{\varepsilon\}. \qquad (4)$$

$[S]$ est un opérateur non linéaire et à la déformation $\{\varepsilon\}$ comprend la déformation plastique. L'amortissement dû aux forces visco-élastiques du matériau et aux forces de friction au niveau des joints d'assemblage est donné par

$$F_d = \int \int_{-\infty}^{t} \Phi(t,\tau) \dot{\varepsilon}(\tau) d\tau dv \qquad (5)$$

où t est le temps réel, τ est un instant de temps et ϕ est le noyau héréditaire de la fonction mémoire représentée par[29]

$$\Phi(t) = \sum_{i=1}^{n} A_i e^{-\alpha_i t} \qquad (6)$$

où A_i et α_i sont des constantes de la structure ou du matériau. Ainsi, pour un état d'équilibre autour duquel le déplacement virtuel $\delta(w)$ est considéré,

$$\delta W^* = \delta U^*. \qquad (7)$$

Cette équation peut aussi s'écrire sous la forme suivante:

$$\int_{\text{fuselage}} [\delta(W)^T] \cdot \left\{ \bar{F} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mu\{W\}) - \int_{-\infty}^{\tau} \Phi(t-\tau)d\tau \cdot \{W\} - B^T\bar{\sigma} \right\} dv = 0 \qquad (8)$$

La seule façon de satisfaire à cette condition pour un $\delta(w)$ quelconque est que

$$\bar{F} - \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\mu\{W\}) - \left(\int_{\infty}^{t} \Phi(t-\tau)d\tau \right) \cdot \{W\} - B^T\bar{\sigma} = 0 \qquad (9)$$

Les forces d'impact sont introduites par la force vive appliquée, lors de l'impact, aux noeuds qui entrent en contact avec le sol. La vitesse à laquelle ces éléments rebondissent est proportionnelle au coefficient de restitution entre le fuselage et la surface. Dans ce cas-ci, la valeur du coefficient est de 1.

Obtention des équations de mouvement par la méthode des éléments finis

Représentation idéale

L'aéronef est représenté idéalement par un fuselage souple composé d'éléments structuraux.[25] Chaque élément (identifié par un indice s) a

points de contacts avec les éléments voisins. Chaque noeud possède une masse nodale concentrée dont la contribution aux équations de mouvements est calculée plus loin. Cette contribution peut être utilisée dans une méthode de calcul par concentration massique. On peut calculer indépendamment la contribution d'un élément à la rigidité, aux masses et aux forces. Les forces sont ensuite additionnées pour obtenir l'équilibre dynamique de tout l'aéronef.

Dans ce calcul, les forces agissant sur l'élément sont indiquées. Tout équilibre vaut pour l'aéronef dans son ensemble, et il ne faut pas confondre cet équilibre avec l'équilibre entre les éléments. Comme le montre la Figure 2, on utilise 3 cadres de référence principaux: le cadre de référence $\vec{i}$, position d'inertie au sol; $\vec{b}$, qui est le cadre de référence du fuselage dont l'origine correspond au centre de gravité de la structure et le cadre de référence $\vec{e}_i$, du i-ème élément dont l'origine correspond au centre de gravité de l'élément (utilisé au besoin pour transformer les degrés de liberté nodaux). On suppose que le centre de gravité n'est pas déplacé par la déformation du fuselage. En effet, les modifications minimes de la forme du fuselage, à cause de sa faible masse par rapport à la charge alaire, n'affectent pas l'emplacement du centre de gravité. Les éléments subissent des déformations élastiques et plastiques (figure 3). Les différentes bases vectorielles sont reliées entre elles par les équations suivantes (où $\vec{d}$ est le déplacement nodal):

$$\begin{array}{lll} \vec{d}_{\text{fuselage}} & \bar{c}_i \vec{d}_{\text{élément}_i} & \\ \vec{d}^{\,T}_{\text{fuselage}} & \vec{d}^{\,T}_{\text{élément}_i}\, \bar{c}^{\,T}_i & \vec{b}^{\,T} c = \vec{e}^{\,T}_i \\ \bar{d}_{\text{inertie}} & c\vec{d}_{\text{fuselage}} & \end{array} \qquad (10)$$

Équations obtenues par la méthode des éléments finis

Les déformations subies par chaque élément peuvent être représentées par des polynômes dont les coefficients sont déterminés par les déformations nodales. Comme les variations des déformations nodales d_i ($i = 1 \ldots n$ noeuds) définissent les inconnues cherchées (déformations du fuselage), les équations de mouvement du fuselage comportent finalement $6n_s$ équations différentielles scalaires du second ordre. Les 3 déplacements, définis par $\bar{w}(\xi, \eta, \zeta)$ sont

$$\bar{W}(\xi,\eta,\zeta) = \begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix}, \quad \bar{W} = P_b \Gamma \tag{11}$$

où Γ représente les inconnues scalaires pour les déplacements nodaux.

$$P_b = \begin{bmatrix} 1 & \xi & \eta & \xi\eta & 0 & 0 & \longrightarrow \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \xi & \eta & \xi\eta & 0 & 0 & \longrightarrow \\ 0 & \longrightarrow & & & & & & & 1 & \xi & \eta & \xi\eta & \xi & \eta^2 \ldots \end{bmatrix}$$

Les déplacements nodaux sont

$$\bar{W}_i = \bar{W}(\xi_i, \eta_i) = P_b(\xi_i, \eta_i)\Gamma$$

$$\bar{W} = W'\bar{d} \qquad \text{où} \qquad \bar{d}^T = \{\bar{W}_i \ \bar{\beta}_i\} \tag{12}$$

$$\bar{\beta}_i^T = \bar{W}^T \left\{ \frac{\partial}{\partial\xi}, \frac{\partial}{\partial\eta}, \frac{\partial}{\partial\zeta} \right\}_i = \bar{W}^T \{\nabla\}_i^T$$

et

$$W' = P_b F^{-1} \qquad \text{où} \qquad F^T = \{P_b^T\}\{1, \nabla\}_i, \quad i = i, \eta_s$$

L'équilibre statique d'un système mécanique est obtenu lorsque le travail W* accompli par les forces externes au cours du déplacement virtuel est égal à l'énergie de déformation U* emmagasinée dans l'élément déformé. Cette égalité est préservée pour les systèmes dynamiques non dissipatifs en mouvement si, aux forces externes, on ajoute une force inertielle $\rho A \, dV$, où A est l'accélération, la densité et dv l'élément de volume. Nous obtenons alors, en utilisant la base vectorielle de l'élément local,

$$W^* = \bar{d}^{*T} \bar{L}_s + \int_S \bar{W}^T \bar{G} \, dv - \int_S \bar{W}^T A\mu dv \tag{13}$$

On peut négliger les forces internes $\bar{G}$ (autres que les forces structurales). Les termes surmontés d'une "barre" sont ceux dont le référentiel est la base locale. Le terme $\bar{L}_s$ comprend les forces au niveau des éléments nodaux d'un élément (ces forces comprennent les forces externes, les moments, les forces d'interaction et les moments de torsion entre cet élément et les autres éléments). Si les contraintes thermiques sont négligées, l'énergie de déformation devient

$$U^* = \int_s \frac{1}{2} \bar{\epsilon}^{*T} \bar{\sigma} \, dv = \bar{d}^{*T} \frac{1}{2} \int_s \bar{W}'^T D^T S D \bar{W}' dv \bar{d}^* + \bar{d}^* \frac{1}{2} \int_s \bar{W}'^T D^T \bar{\sigma}' dv \qquad (14)$$

où l'on connaît la matrice de rigidité. $\int_s \bar{W}'^T D^T S D \bar{W}'$

La seconde contribution provient des contraintes stationnaires, telles les contraintes induites plastiques ou non linéaires. $\bar{\epsilon}, \bar{\sigma}$ représentent respectivement la contrainte et la déformation dans le référentiel de l'élément, alors que S et D établissent la relation entre, d'un côté, la déformation et la contrainte et, de l'autre, les contraintes et les déplacements.

Après avoir égalisé U* et W* et calculé la dérivée par rapport aux déplacements nodaux δ^*, on obtient $\bar{L}_s$ sous la forme suivante:

$$\bar{L}_s = \int_s \bar{W}'^T D^T S D W' dv \, \bar{d}^* + \int_s W'^T D^T \bar{\sigma}' dv + \int_s W'^T \bar{A} \mu dv \qquad (15)$$

L'accélération de l'élément dans le cadre de référence d'inertie est:

$$\vec{A} \triangleq \vec{i} \left(\frac{d^2}{dt^2} (\vec{x} + \vec{R}_c + \vec{p} + \vec{w}) \right) / \qquad (16)$$

où $\vec{I}$ indique le cadre de référence d'inertie. À partir de cette équation, on doit obtenir $\bar{A}$ et le remplacer dans l'équation avec $\bar{L}_s$. Les vecteurs pour les différents cadres de référence sont:

$\vec{x} \triangleq \{\vec{i}\}^T \bar{x}$ position du centre de gravité

$\vec{R}_c \triangleq \{\vec{b}\}^T \bar{R}_c$ position de l'élément par rapport au centre de gravité

$\vec{p} \triangleq \{\vec{e}\}^T \bar{p}$ position de la particule dans l'élément (17)

$\vec{w} \triangleq \{\vec{c}\}^T \bar{W} = \{\vec{b}\} \bar{W}_i$ déformation d'un point simple dans l'élément considéré

On dérive en se servant de la relation suivante:

$$\frac{i_d}{dt}\vec{V} = \frac{b_d}{dt}\vec{V} + \vec{\omega}^b \times {}^b\vec{V} \tag{18}$$

(pour un vecteur $\vec{V}$ du cadre de référence $\vec{b}$ dérivé pour le cadre de référence $\vec{i}$, b étant la vitesse angulaire de $\vec{b}$ par rapport à $\vec{i}$). ω^b est la rotation angulaire du fuselage par rapport au cadre de référence d'inertie; on néglige e, la vitesse angulaire de l'élément par rapport au cadre de référence fuselage. Si $\tilde{\omega}$ implique que

$$\tilde{\omega} \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \tag{19}$$

où 1, 2 et 3 représentent les trois axes orthogonaux, on peut alors démontrer que $\vec{A}$ est égal (dans le cadre de référence de l'élément) à

$$\vec{A} = (\vec{e})^T[\bar{c}c\ddot{x} + \bar{c}[\dot{\tilde{\omega}}^b(R_c + \bar{c}^T\bar{p}) + \tilde{\omega}^b\tilde{\omega}^b(R_c + \bar{c}^T\bar{p}] + \ddot{\bar{W}} +$$

$$+ \bar{c}[2\tilde{\omega}^b\bar{c}^T\dot{\bar{W}} + (\dot{\tilde{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b\tilde{\omega}^b)\bar{c}^T\bar{W}]\} \tag{20}$$

Remarquer que les termes $\omega^e = \omega^b + \bar{c}\dot{\bar{c}}^T$ et $\dot{\bar{c}}$ sont négligés. On peut exprimer $\bar{W}$ en fonction de $\bar{d}$, et $\bar{L}_s$ peut ensuite être écrit en fonction de $\vec{A}$ de la façon suivante:

$$\bar{L}_s = \int_s \bar{W}'^T D^T S D W' dv\, \bar{d} + \int_s W'^T D^T \bar{\sigma}' dv + \int_s W'^T \bar{c}\, c\, \ddot{x}\, \mu dv$$

$$+ \int_s W'^T \bar{c}[(\dot{\tilde{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b\tilde{\omega}^b)(R_c - \bar{c}^T\bar{p})]\mu dv + \int_s W'^T W' \mu dv\, \ddot{\bar{d}}$$

$$+ \int_s W'^T \bar{c}\, 2\tilde{\omega}^b\bar{c}^T W' \mu dv\, \dot{\bar{d}} + \int_s W'^T \bar{c}(\dot{\tilde{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b\tilde{\omega}^b)\bar{c}^T W' \mu dv\, \bar{d} \tag{21}$$

Les coefficients de $\ddot{\bar{d}}$, $\dot{\bar{d}}$ et $\bar{d}$ sont identifiés par les équations suivantes:

$$\bar{m} \triangleq \int_s W'^T W' \mu dv \quad \text{matrice de masse homogène de l'élément}$$

$$\bar{g} \triangleq 2 \int_s W'^T \bar{c}\, \tilde{\omega}^b\, \bar{c}^T W' \mu dv \quad \text{matrice de couplage gyroscopique de l'élément}$$

$$\bar{k} \triangleq \int_s W'^T D^T S D W' dv \quad \text{matrice de rigidité (structurelle) de l'élément}$$

(22)

$$\bar{\alpha} = \int_s W'^T \bar{c}\, \dot{\tilde{\omega}}^b\, \bar{c}^T W' \mu dv \quad \text{matrice de rigidité à l'accélération angulaire de l'élément}$$

$\bar{k} = \bar{k}_o + \bar{k}_\Delta$ matrice de rigidité initiale (plastique ou géométrique) et matrice de déformation linéaire

$$\kappa = \int_s W'^T \bar{c}\, \tilde{\omega}^b\, \tilde{\omega}^b\, \bar{c}^T W' \mu dv \quad \text{matrice de rigidité à l'accélération centrifuge de l'élément}$$

Utilisant l'équation $\int_s W' \mu dv = m_c^* W'_c$, où c est le centre de l'élément et m sa masse,

$$\bar{L}_s = \bar{m}^s \ddot{\bar{d}}^s + \bar{g}^s \dot{\bar{d}}^s + (\bar{k}_o^s + \bar{k}_\Delta^s + \bar{\kappa}^s + \bar{\alpha}^s)\bar{d}$$

$$+ \int_s W'^T \bar{c}(\dot{\tilde{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \tilde{\omega}^b)\bar{c}^T \bar{p} \mu dv$$

$$+ W'^T_c\, m_c [\bar{c}^s \ddot{\bar{x}} + \bar{c}^s(\dot{\tilde{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \tilde{\omega}^b)\bar{R}_c] \qquad (23)$$

Remarquer que l'indice "s" indique que l'intégration porte sur l'élément ayant l'indice s. On peut effectuer la sommation sur tous les éléments pour obtenir les forces d'impact f_i, en supposant qu'il n'y a pas de masses nodales. Pour l'équilibre dynamique du fuselage tout entier, on obtient

$$0 = \Sigma\, \bar{c}^{sT} \bar{L}_s - \bar{f}_i \qquad \text{et } s \in \text{tous les éléments} \qquad (24)$$

où les effets de rotation et de cisaillement sont négligés.

Obtention des équations de mouvement des masses nodales

On suppose que l'accélération $\vec{A}$ des corps nodaux est donnée par la relation

$$\vec{A} \triangleq \vec{i} \frac{d^2}{dt^2} (\bar{x} + \bar{r}^j + \bar{u}^j) \tag{25}$$

où r est la position du noeud par rapport au centre de gravité et $\bar{u}^j$ est la déformation nodale du j-ième noeud. On peut dériver A par rapport au temps dans le cadre de référence d'inertie, pour obtenir la somme des forces:

$$0 = \Sigma c \vec{f}^j - \bar{c}^{sT} \bar{F}^s_j (m^j [c\ddot{\bar{x}} + [(\dot{\tilde{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \tilde{\omega}^b)(\bar{r}^j + \bar{u}^j)] + 2\tilde{\omega}^b \dot{\bar{u}}^j + \ddot{\bar{u}}^j)\} \tag{26}$$

où $\vec{f}$ et $\vec{F}_j$ représentent respectivement les forces externes et les forces dues à d'autres sources nodales.

Les équations de rotation du j-ième corps nodal sont obtenues, par la relation suivante:

$$\vec{T}^j = \dot{\vec{H}}^j = \bar{I}^j \dot{\vec{\omega}}^j + \bar{\omega}^j + \bar{I}^j \bar{\omega}^j \text{ for } \bar{I}^j \tag{27}$$

où $\vec{T}$ est le moment de torsion, $\vec{H}$ la vitesse angulaire acquise, $\bar{I}j$ la dyade inertielle du corps nodal et les points au-dessus des termes indiquent que ceux-ci sont dérivés dans le cadre de référence d'inertie.

Lorsque les β sont des rotations nodales et qu'on effectue la sommation sur le terme $\vec{\zeta}^T \dot{\bar{\tau}}$, on obtient l'expression suivante:

$$0 = [\vec{b}]^T [\bar{c}\bar{T}^j - \Sigma \bar{c}^{sT} \bar{T}^s] \tag{28}$$

où

$$\bar{T}^s = \bar{I}^j \dot{\vec{\omega}}^b + \tilde{\omega}^b \bar{I}^j \tilde{\omega}^b + \bar{I}^j \ddot{\bar{\beta}}^j + [\tilde{\omega}^b \bar{I}^j - (\bar{I}^j \omega^b)\tilde{} +$$

$$+ \bar{I}^j \tilde{\omega}^b] \dot{\beta}^j + \bar{I}^j \dot{\tilde{\omega}}^b + (\bar{I}^j \dot{\omega}^b)\tilde{} + \tilde{\omega}^b \bar{I}^j \tilde{\omega}^b + \tilde{\omega}^b (\bar{I}^j \bar{\omega}^b)] \tilde{\bar{\beta}}^j$$

Ces termes sont ensuite ajoutés au reste de l'équation.

Équations de mouvement linéarisées

Les équations de mouvement obtenues par la méthode des éléments finis peuvent être linéarisées en supposant que $\bar{d}$, $\dot{\bar{d}}$, $\ddot{\bar{d}}$, $\bar{\omega}$ et $\dot{\bar{\omega}}$ sont infiniment petits, de sorte qu'on ne retient que les termes du premier ordre. On arrive ainsi à l'équation suivante:

$$\bar{L}_s = \bar{c}^T \int_s W'^T D^T S D W' dv \bar{c} \bar{d}^s + \int_s c^T W'^T \bar{c} \ddot{\bar{x}} \mu dv$$

$$+ \int_s W'^T \bar{c} (\dot{\tilde{\omega}}) (R_c + \bar{c}^T \bar{p}) \mu dv$$

$$+ \bar{c}^T \int_s W' W' \mu dv \bar{c} \ddot{\bar{d}}^s \qquad (23)$$

où $\bar{d}^s$ est dans le système de coordonnees du fuselage. Les seconde et troisième intégrales sont simplifiées et exprimées en fonction de m_s (masse de l'élément) au centre de celui-ci (on a utilisé le terme W'_c). Les autres équations peuvent être linéarisées par le même procédé. Les équations du système de coordonnées du fuselage présentent le plus grand intérêt, car les capteurs sont généralement placés dans le fuselage.

Impact parallèle

Dans le cas où l'axe du fuselage est parallèle au sol durant tout le temps de l'écrasement, $\bar{\omega}^b$, est égal à zéro et

$$\bar{L}^b_s = \bar{c}^T \bar{k} \bar{c} \bar{d}^s + c^T m_s W^T_{c_s} \bar{c} \ddot{\bar{x}} + \bar{c}^T \bar{m} \bar{c} \ddot{\bar{d}}^s \qquad (29)$$

où les $\bar{d}$ sont dans le cadre de référence du fuselage, $\bar{k}$ est la matrice de rigidité et $\bar{m}$ est la matrice de masse homogène. Cette matrice et la masse inertielle sont calculées pour chaque élément puis additionnées. On obtient aussi les équations de la masse nodale.

Une maquette de fuselage d'aéronef a été réalisée au moyen des éléments suivants: une plaque ou membrane mince rectangulaire en coordonnées curvilinéaires à quatre noeuds possédant chacun six degrés de liberté; une lisse (poutre) à deux noeuds possédant chacun six degrés de liberté; et une

Équations de mouvement linéarisées

Les équations de mouvement obtenues par la méthode des éléments finis peuvent être linéarisées en supposant que $\bar{r}$, $\bar{\dot{r}}$, $\bar{d}$, $\bar{\omega}$ et $\dot{\bar{\omega}}$ sont infiniment petits, de sorte qu'on ne retient que les termes du premier ordre. On arrive ainsi à l'équation suivante:

$$\bar{L}_s = \bar{c}^T \int_s W'^T D^T S D W' dv \bar{c} \bar{d}^s + \int_s c^T W'^T \bar{c} \bar{c} \ddot{\bar{x}} \mu dv$$

$$+ \int_s W'^T \bar{c} (\dot{\tilde{\omega}}) (R_c + \bar{c}^T \bar{p}) \mu dv$$

$$+ \bar{c}^T \int_s W' W' \mu dv \bar{c} \ddot{\bar{d}}^s \qquad (23)$$

où $\bar{d}^s$ est dans le système de coordonnees du fuselage. Les seconde et troisième intégrales sont simplifiées et exprimées en fonction de m_s (masse de l'élément) au centre de celui-ci (on a utilisé le terme W'_c). Les autres équations peuvent être linéarisées par le même procédé. Les équations du système de coordonnées du fuselage présentent le plus grand intérêt, car les capteurs sont généralement placés dans le fuselage.

Impact parallèle

Dans le cas où l'axe du fuselage est parallèle au sol durant tout le temps de l'écrasement, $\bar{\omega}^b$, est égal à zéro et

$$\bar{L}^b_s = \bar{c}^T \bar{k} \bar{c} \bar{d}^s + c^T m_s W^T_{c_s} \bar{c} \bar{c} \ddot{\bar{x}} + \bar{c}^T \bar{m} \bar{c} \ddot{\bar{d}}^s \qquad (29)$$

où les $\bar{d}$ sont dans le cadre de référence du fuselage, $\bar{k}$ est la matrice de rigidité et $\bar{m}$ est la matrice de masse homogène. Cette matrice et la masse inertielle sont calculées pour chaque élément puis additionnées. On obtient aussi les équations de la masse nodale.

Une maquette de fuselage d'aéronef a été réalisée au moyen des éléments suivants: une plaque ou membrane mince rectangulaire en coordonnées curvilinéaires à quatre noeuds possédant chacun six degrés de liberté; une lisse (poutre) à deux noeuds possédant chacun six degrés de liberté; et une

nervure courbe. On a établi des matrices de rigidité ne nécessitant pas d'intégration numérique. L'expression pour la membrane est obtenue en effectuant numériquement toutes les manipulations matricielles, afin d'éliminer les erreurs. Les éléments de membrane ont été utilisés ici avec une matrice de rigidité planaire et une matrice de couplage de courbure de la membrane. Pour les nervures et les lisses, on a tenu compte de la tension-compression et de la rigidité à la flexion, bien qu'on ait négligé les effets de gauchissement. Ces approximations sont raisonnables en raison de la géométrie des poutres sur lesquelles les effets de gauchissement et de cisaillement sont faibles. En outre, les calculs tiennent compte du couplage entre les déformations planaires et la flexion due à la courbure.

Les matrices de rigidité et de masse sont obtenues de façon similaire à celles de Bogner, et al.[23,24]. Cependant, grâce à des manipulations on se passe de tables comme celles qui ont été créées par Bogner. Les rigidités de la nervure et de la plaque courbe ne possèdent pas certains des degrés de liberté propres au mouvement d'un corps rigide lorsque le déplacement est représenté par des polynômes. On peut modifier la rigidité en introduisant directement le déplacement d'un corps rigide, comme l'a fait Cantin.[22] Ainsi, les éléments ne sont pas déformés durant le déplacement du corps rigide.

Intégration dans le temps

L'intégration dans le temps est effectuée selon la méthode B de Newark[30], de sorte que

$$\bar{d}_{I+1} = \bar{d}_I + \Delta t\, \bar{V}_I + \Delta t^2 \left[\left(\frac{1}{2} - \beta\right)\bar{a}_I + \beta \bar{a}_{I+1}\right]$$

$$\bar{V}_{I+1} = \bar{V}_I + \frac{1}{2}\Delta t(\bar{a}_I + \bar{a}_{I+1})$$

$$\bar{a}_{I+1} = 4/\Delta t^2 \left(\Delta \bar{d}_{I+1} - \Delta t\, \bar{V}_I - \frac{1}{4}\Delta t^2\, \bar{a}_I\right) \qquad (30)$$

où $\bar{d}$, $\bar{V}$ et $\bar{a}$ sont respectivement le déplacement, la vitesse et l'accélération. Le suffixe I indique la I-ème étape dans l'intégration et Δt est l'incrément de temps entre les étapes. À l'aide de la matrice de rigidité tangentielle K, permettant ainsi les analyses linéaires et non linéaires (c.-à-d. en suivant une courbe non linéaire en supposant des étapes linéaires), on peut résoudre les équations pour obtenir:

$$K^{**}\,\Delta\bar{d} = P^{**}$$

$$K^{**} = \bar{M} + \beta\Delta t^2 K^*$$

$$P^* = M\left[\Delta t V_I + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)\Delta t^2 a_I\right] + \beta\Delta t^2[F_{I+1} - f_I] \qquad (31)$$

$$f_I = K_I^* d_I^*$$

où β est une variable introduite lors de l'intégration. Dans ce cas-ci, on utilise pour β une valeur de 1/4.

La méthode d'intégration implicite a l'avantage d'être inconditionnellement stable et précise pour la résolution des problèmes dynamiques structuraux non linéaires[31,32]. La méthode dite de "résolution frontale" est utilisée pour l'intégration dans le temps. La relation spéciale indiquée par l'équation (31) est caractéristique de la méthode B de Newmark utilisable avec la méthode de "résolution frontale". Dans cette méthode, l'élimination gaussienne est réalisée aussitôt que toutes les contributions à un degré de liberté ont été faites. Si le terme K** (p.ex. dans l'équation 31) ne change pas dans le temps, aucune autre inversion n'est nécessaire. Ainsi, a-t-on besoin d'une mémoire moindre dans l'ordinateur qu'avec les autres méthodes où toutes les matrices globales sont d'abord assemblées et, parfois, inversées à chaque étape dans certains modes d'intégration. Avec un tel avantage, on peut résoudre des systèmes possédant un grand nombre de degrés de liberté. En outre, il est plus avantageux d'utiliser la méthode implicite que les méthodes explicites, car la première est plus stable, quoique les deux types de méthodes nécessitent un espace de mémoire comparable sur l'ordinateur. De plus, les gros systèmes peuvent fournir beaucoup plus de renseignements que ne le peuvent les méthodes "concentrées" ou hybrides.

3. DESCRIPTION DU PROGRAMME D'ESSAI

Maquette d'essai du fuselage

On a trouvé qu'une maquette à une échelle d'environ 1/3 permettrait de représenter les caractéristiques d'un grand nombre de structures d'aéronefs de transport en général de 6 000 à 48 000 livres, soit le poids d'un DHC Dash 7. Pour garantir un certain degré de similitude dynamique entre la maquette et les structures réelles d'aéronefs, on a exécuté une analyse non dimensionnelle.

Une maquette à cette échelle de fuselage à ailes hautes a été utilisée. Toutes les maquettes d'essai consistaient en un revêtement d'aluminium 2024-T3 (de 0,012 pouce d'épaisseur) raidi par 12 cadres légers et deux forts cadres pleins pour transmettre la charge alaire. La maquette était complétée par un plancher en aluminium. Des lisses longitudinales ont été ajoutées pour les essais comportant des impacts en "vol libre" sur lesquels porte le présent rapport (pour plus de détails, voir la Figure 4). Les impacts ont eu lieu sous plusieurs angles de chute, parallèle et obliques. Les maquettes de fuselage avaient 36 pouces de diamètre, 91 pouces de longueur et pesaient environ 36 livres. Deux photographies de la maquette d'essai sont présentées aux Figures 5 et 6.

La charge alaire était simulée par des poids morts fixés sur un bâti fixe boulonné aux deux cadres forts. La maquette se distingue des maquettes précédentes par deux poutres longitudinales rigides munies de poids aux extrémités. Aux essais d'étalonnage (réalisés avec un fuselage remis en état), on a trouvé que la maquette capotait après le premier impact. Ceci était dû à un centre de gravité trop élevé et à une trop faible valeur du moment d'inertie en tangage dans cette simulation d'un aéronef à ailes hautes. L'analyse des paramètres appropriés a abouti à la répartition de la masse alaire illustrée sur la photographie.

Installation d'essai d'écrasement

Pour imprimer au modèle des composantes verticale et horizontale de vitesse acceptables, au moment de l'impact, on a construit un portique à pendule au-dessus d'une grande dalle de 12 x 40 pieds, en béton armé. Cette installation représentée par le schéma de la Figure 7, a servi à simuler les impacts en vol libre. La maquette de fuselage était suspendue au pivot supérieur du portique par un axe oscillant rigide, elle était remontée vers l'arrière et maintenue au-dessus de la surface d'impact par un câble. La maquette était retenue à l'axe oscillant par un dispositif à boulon explosif. La séquence d'essai était déclenchée lorsque la maquette était lâchée alors elle décrivait un arc de cercle, à la façon d'un pendule, en direction de la surface d'impact. Juste au-dessus de la surface d'impact, le boulon explosif libérait la maquette. Le cordon ombilical demeurait cependant attaché à la maquette toute la durée de l'essai, en vue de la saisie des données. La

séparation se produisait lorsque l'angle de l'axe oscillant par rapport à la surface d'impact atteignait 90°, l'axe projeté sur une cellule photo-électrique provoquait l'explosion immédiate du boulon. Si le boulon n'avait pas explosé, la maquette aurait continué d'osciller comme un pendule au-dessus de la surface d'impact.

La hauteur de la maquette au-dessus de la surface d'impact, au moment de la séparation, déterminait la composante verticale de la vitesse de la maquette et on pouvait faire varier cette valeur au cours des différents essais. La mise à feu du dispositif pyrotechnique n'imprimait aucune vitesse additionnelle à la maquette au moment de la séparation. La composante horizontale de la vitesse était déterminée par la différence de hauteur du centre de gravité entre le point de lâcher (haut de course) et le point de séparation. Le montage d'essai permet d'imprimer à la maquette une vitesse maximale de 26 pieds/seconde (soit 18 milles/heure). L'assiette longitudinale pouvait être sous le boulon explosif. Le balancement du pendule avait pour effet de donner à la maquette un fort cabré: il fallait donc tenir compte de cette tendance avant l'essai pour obtenir l'assiette longitudinale désirée à l'impact. Une barrière placée à l'extrémité de la dalle protégeait les caméras et les autres appareils.

Système de saisie des données

Les données recueillies lors des essais d'écrasement comprenaient des photographies à vitesse lente et rapide, ainsi que les renseignements fournis par des extensomètres et des accéléromètres placés dans la maquette. Les extensomètres étaient collés à la face intérieure des couples forts. Des accéléromètres miniatures, du type extensomètre, étaient placés dans la maquette pour mesurer les accélérations longitudinales et perpendiculaires par rapport à l'axe de la maquette). Ces instruments servaient principalement à mesurer les facteurs de charge imposés par la masse alaire sur les cadres forts et ceux transmis verticalement et horizontalement par les sièges à la structure du plancher. Les Figures 8 et 9 indiquent l'emplacement des accéléromètres pour les divers essais d'impact.

Les signaux des extensomètres et des accéléromètres étaient transmis, via deux adaptateurs (SE Bridge Conditioning Unit et SE Galvo Conditioning Unit), à un oscillographe "Visicorder" Honeywell (modèle 1508). Les signaux de l'accéléromètre passaient aussi à travers un filtre passe-bas de 200 Hz avant d'être injectés dans un enregistreur MF à bande Bruel & Kjaer 7003. Les données analogiques de la bande MF étaient ensuite prélevées au rythme de 3 000 par seconde, numérisées, et stockées sur bande magnétique d'ordinateur pour traitement ultérieur. Ces signaux pouvaient ensuite être filtrés ou intégrés soit une fois pour donner des vitesses, soit deux fois pour donner des déplacements. Le système de saisie des données est illustré à la Figure 10.

L'enregistreur était muni de galvanomètres miniatures de type M200-350 (à amortissement électromagnétique) ayant une résistance de 350 ohms et des sondes à lamelle d'acier (Micro Measurements), lesquelles possèdent une excellente réponse en fréquence. Les accéléromètres étaient du type extensomètre miniature, avec ou sans amortissement (Entran EGBL-125), de faible impédance. Le coefficient d'amortissement de ces accéléromètres allait de ± 30 g à 0-300 Hz à ± 100 g à 0-1000 Hz, et il s'étendait à ± 150 g et ± 500 g, respectivement. La sensibilité des accéléromètres était de l'ordre de 2,5 mV/g. En outre, des caméras très rapides (Hycam 16 mm) ont été utilisées pour enregistrer le comportement dynamique de la maquette en vue de le comparer aux prévisions faites sur ordinateur.

4. RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX ET COMPARAISON AVEC L'ANALYSE

Le tableau 1 donne les résultats des essais réalisés jusqu'à présent. Une quantité importante de données a été recueillie et mentionnée aux renvois 26, 27, 28 et 35. En outre, on indique dans ces rapports les résultats d'une analyse effectuée à l'aide du programme LMFE (Finite Element Lumped Mass). Dans le présent document, nous n'allons discuter que de deux essais: un avec largage parallèle et l'autre avec impact en "vol libre".

Essai avec largage parallèle

Un des essais avec largage parallèle fut réalisé à une vitesse de 34,7 po./s. La charge alaire était de 537 livres. Des extensomètres et des accéléromètres étaient installés sur les cadres forts, comme le montre la

Figure 8. Les Tableaux 3 et 4 donnent les crêtes d'accélération mesurées et calculées. Les accélérations calculées au niveau des ailes et des sièges sont présentées aux figures 11 et 12. Le numérotage des noeuds est indiqué à la Figure 12. Les données sur le plancher ont été filtrées par un filtre passe-bas Chebyshev du cinquième ordre, avec bande passante de 62,5 Hz et seuil de bande de 125 Hz. On observe une bonne concordance des données (Tableaux 3 et 4).

Essai avec impact en "vol libre"

Un essai en "vol libre" a été fait avec une vitesse horizontale de 59 po/s et une vitesse verticale de 37,7 po/s. À la séparation (vitesse verticale nulle), l'angle de tangage était de 3° et la vitesse de tangage de 1,18 rad/s. La charge alaire était aussi dans ce cas de 537 livres. Deux impacts ont eu lieu. Au premier, l'arrière de la maquette a heurté la dalle de béton et a rebondi. Au second, la maquette s'est mise en piqué. Les Figures 13 et 14 montrent les dommages causés à la structure avant du fuselage. Le Tableau 4 résume les accélérations observées. Les accélérations expérimentales au niveau des ailes et des sièges sont indiquées à la Figure 15. Actuellement on modifie le programme afin d'obtenir des prévisions numériques. Le programme modifié tiendra compte aussi de la plasticité et du flambage.

5. CONCLUSIONS

Les équations de mouvement d'éléments finis d'un avion s'écrasant au sol ont été établies pour analyser le comportement de la structure de l'appareil. Des matrices homogènes de masse et de forces ont été obtenues et programmées selon une méthode qui minimise les erreurs. Cette procédure est basée sur des manipulations matricielles. Les avantages de l'intégrateur implicite B de Newmark avec la méthode de "résolution frontale", sont présentés. De nombreux essais réalisés avec des maquettes de grandes dimensions ont été effectués; l'expérience et les prévisions correspondent assez bien. Les travaux visent maintenant à incorporer la plasticité et le flambage à cette formulation homogène.

REMERCIEMENTS

L'auteur désire remercier le Centre de recherche et de développement (Transports Canada) et le Conseil de recherche en sciences naturelles et en génie pour l'appui financier qu'ils lui ont fourni. L'auteur désire aussi remercier les professeurs R.C. Tennyson et J.S. Hansen, de l'Institut des études aérospatiales (Université de Toronto), et le Dr F. Cicci, de la société de Havilland Aircraft of Canada, pour leurs conseils au cours de cette étude.

DOCUMENTS DE REFERENCE

1. Tennyson, R.C. and Bird, J.W., "The Need for Improved Aircraft Crashworthiness Design", journal de l'Institut canadien de l'aéronautique et de l'espace, Vol. 23, N° 5, sept/oct. 1977.

2. Thomson, R.G. and Hayduk, R.J., "Light Aircraft Crash Safety Program", compte rendu de la réunion de la SAE sur les avions d'affaires tenue en 1974, Wichita, Kansas, 1974.

3. Saczalski, K., Singley, G.T. III, Pilkey, W.D., and Huston, R.L., "Aircraft Crashworthiness", Univ. Press of Virginia, Charlottesville, 1975.

4. Snyder, R.G., "Crashworthiness Investigation of General Aviation Accidents", compte rendu de la réunion de la SAE sur les avions d'affaires tenue en 1975, Wichita, Kansas, 1975.

5. Melosh, R.J., "Crashworthiness Engineering of Automobiles and Aircraft: Progress and Promise", AIAA J. Aircraft, vol. 14, N° 7, juillet 1977.

6. Pifko, A.B., and Winter, R., "Theory and Application of Finite Element Analysis to Structural Crash Simulation", Computers and Structures, Vol. 13, 1981.

7. Winter, R., Cronkhite, J.D., and Pifko, A.B., "Crash Simulation of Composite and Aluminum Helicopter Fuselages Using a Finite-Element Program", 20e conférence de l'AIAA, de l'ASMA, de l'ASCE et de l'AHS sur les structures, la dynamique des structures et les matériaux, avril 1979.

8. Thomson, R.G. and Goetz, R.C., "NASA/FAA General Aviation Crash Dynamics Program - A Status Report", 20e conférence de l'AIAA, de l'ASMA, de l'ASCE et de l'AHS sur les structures, la dynamique des structures et les matériaux, avril 1979.

9. Fasanella, E.L., and Alfaro-Bou, E., "NASA Crash Safety Seat Program", document N° 790591 de la SAE, 1979, réunion et exposition de la SAE sur les avions d'affaires, avril 1979.

10. Hayduk, R.J., and Thomson, R.G., "Simulation of Aircraft Crash and Its Validation", compte rendu de la 11^{e} réunion annuelle de l'AIAA, Washington, D.C., 1975.

11. Wittlin, G., and Gamon, M.A., "A Method of Analysis for General Aviation Airplane Structural Crashworthiness", rapport N^{O} FAA-RD-76-123 de la U.S. D.O.T. Federal Aviation Administration, sept. 1976.

12. Melosh, R.J., and Kamat, M.P., "Computer Simulation of Light Aircraft Crash", AIAA J. Aircraft. Vol. 14, N^{O} 10, oct. 1977.

13. Hayduk, R.J., Thomson, R.G., Wittlin, G., and Kamat, M.P., "Nonlinear Structural Crash Dynamics Analyses", document technique N^{O} 790588, 1979 de la SAE, réunion et exposition de la SAE sur les avions d'affaires, avril 1979.

14. Gamon, M.A., "General Aviation Airplane Structural Crashworthiness User's Manual, Vol. I, Program 'KRASH' Theory", rapport N^{O} FAA-RD-77-18, fév. 1978.

15. Gamon, M.A., Wittlin, G., and LaBarge, W.L., "General Aviation Airplane Structural Crashworthiness User's Manual; Volume II, Input-Output, Techniques and Applications", rapport N^{O} FAA-RD-77-189, II, fév. 1978.

16. Pifko, A.B., Levine, H.S., and Armen, H. Jr., "PLANS - A Finite Element Program for Nonlinear Analysis of Structures, Volume I - Theoretical Manual", NASA CR-2568, nov. 1975.

17. Vaughan, V.L. Jr., and Alfaro-Bou, E., "Impact Dynamics Research Facility for Full-Scale Aircraft Crash Testing", NASA TN D-8179, avril 1976.

18. Castle, C.B., "Full-Scale Crash Test of a CH-47C Helicopter", NASA TM X-3412, déc. 1976.

19. Armen, H. Jr., Pifko, A., and Levine, H.S., "Finite Element Analysis of Structures in the Plastic Range", NASA CR-1649, fév. 1971

20. Wittlin, G., "Summary of Results for a Twin-Engine, Low-Wing Airplane Substructure Crash Impact Condition Analyzed with Program 'KRASH'", FAA-RD-79-13, fév. 1979.

21. Alfaro-Bou, E., and Vaughan, V.L. Jr., "Light Airplane Crash Tests at Impact Velocities of 13 and 27 m/s", document technique N° 1042 de la NASA, nov. 1977.

22. Cantin, G., "Rigid-Body Motions and Equilibrium in Finite Element", Finite Elements for Thin Shells and Curved Members, John Wiley and Sons, 1976.

23. Bogner, F.K., Fox, R.L., Schmit, L.A., "The Generation of Inter-element Compatible Stiffness and Mass Matrices by the Use of Inter-polation Formulas", conférence professionnelle sur les méthodes matricielles dans la mécanique des structures, Air Force Flight Dynamics Laboratory, Air Force Institute of Technology, AFFDL TR 66-80, p. 403.

24. Bogner, F.K. et al., "A Cylindrical Shell Discrete Element", AIAA Journal, avril 1967.

25. Likins, Peter W., "Finite Element Appendage Equations for Hybrid Coordinates - Dynamic Analysis", NASA TR-32-1525.

26. Tennyson, R.C., Teichman, H., Nanyaro, A.P., and Mabson, G., "Study of the Crashworthiness of Light Aircraft Structures", 22e conférence de l'AIAA, de l'ASME, de l'ASCE et de l'AHS sur les structures, la dynamique des structures et les matériaux, 1981

27. Tennyson, R.C., Hansen, J.S., Teichman, H., Cicci, F., and Ioannou, M., "Crashworthiness of Aircraft Fuselage Structures", 19e conférence de l'AIAA sur les structures, la dynamique des structures et les matériaux, Bethesda, Md., avril 1978.

28. Tennyson, R.C., Hansen, J.A., Teichman, H., Cicci, F., and Ioannou, M., "Crashworhtiness Tests on Model Aircraft Fuselage Structures, conférence de l'est de l'AIAA, du RAES, du CASI et de l'AAAF sur l'aéronautique, Williamsburg, Va., mars 1979.

29. Bert, C.W., "Material Damping", Journal of Sound and Vibration, Vol. 29, 1973.

30. Newmark, M. Nathan, "A Method of Computation for Structural Dynamics", J. Engng. Mech. Div., ASCE, 85, 1959.

31. Belytschko, T., and Schoeberle, D.F., "On the Unconditional Stability of an Implicit Algorithm for Nonlinear Structural Dynamics", Journal of Applied Mechanics, déc. 1975.

33. Iron, M. Bruce, "A Frontal Solution Program for Finite Element Analysis", Int. Jour. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 2, 1970.

34. Hinton, E., and Owen, D.R., "Finite Element Programming", Academic Press, 1977.

35. Tennyson, R.C., Hansen, J.S., Teichman, H., Nanyaro, A.P., and Mabson, G., "Crashworthiness of Light Aircraft Structures", rapport final pour le compte de recherche et de développement de Transports Canada, 1980.

Tableau 1a Résumé des essais en chute verticale

1. Angle d'incidence (°)
2. Charge alaire (livres)
3. Vitesse d'impact
4. Impact parallèle
5. Impact oblique à faible énergie
6. Impact oblique à haute énergie

Tableau 1b Résumé des essais en "vol libre"

7. Angle d'incidence à l'impact (°)
8. Vitesse de tangage (rad/s)
9. Vitesse horizontale (pi/s)
10. Vitesse verticale d'impact (pi/s)
11. Charge alaire (livres)
12. Raidissage nervures
13. Raidissage nervures et lisses

Table 1a. Summary of Vertical Drop-Test Configurations

	Angle of Incidence (deg) (1)	Range of Wind Loads (lbs) (2)	Range of Impact Velocities (ft/sec) (3)
Level Impact Cases (4)	0°	220	2.32
		320	3.28
		520	4.01
		620	4.63
		720	
Low Energy Oblique Angle Impact Cases (5)	2°	220	4.10
	3°	220	4.18
			4.78
			5.43
		327	3.06
			4.49
			5.05
			5.56
	3°	220	4.13
	4°	220	4.13
	5°	220	2.84
			4.01
			5.31
			5.67
		548	3.48
			4.63
			5.68
High Energy (6) Oblique Angle Impact Cases	5°	880	5.68
	10°	1820	8.40

Table 1b. Summary of 'Free-Flight' Impact Configurations

Model (12)	Impact Angle of Incidence (deg) (7)	Pitch Rate (rad/sec) (8)	Horizontal Velocity (ft/sec) (9)	Vertical Impact Velocity (CG) (ft/sec) (10)	Wing Load (lbs) (11)
Rib Stiffened (13)	7.0	1.5	23	2.5	300
Rib/Stringer Stiffened (14)	9.6	1.2	22	3.1	550

Tableau 2 Résumé des accélérations de crêtes (temps depuis l'impact en secondes) mesurées pour les impacts parallèles

1. Numéro de l'essai

2. Emplacement des accéléromètres (voir Figure 12)

3. Parallèle
   Vitesse initiale = 34,7 po/s
   Charge alaire = 537 livres
   2^{e} impact

4. Parallèle
   Vitesse initiale = 52,5 po/s
   Charge alaire = 537 livres
   2^{e} impact

5. Vertical sauf indication contraire

TABLE 2 - SUMMARY OF PEAK MEASURED g-LOADS

(AND TIME OF OCCURRENCE-SEC.) FOR LEVEL IMPACT

CASES

IMPACT CASE (1)	(2) LOCATION OF ACCELEROMETERS (SEE FIG. 12)					
	#1 (27)	#3 (21)	#2 (43)	#4 (46)	#5 (43) HORIZ.	#6 (46)
LEVEL (3)	+ 8.5	+ 8.6	+ 13.5	+ 9.7	+ 4.3	+ 11.1
V_o = 34.7 IN/SEC	(.017)	(.020)	(.003)	(.010)	(.04)	(.0007)
WING LOAD = 537 LBS.	- 1.5	- 2.0	- 40.0	- 4.6	- 3.1	- 14.2
	(.044)	(.048)	(.005)	(.018)	(.045)	(.01)
2ND IMPACT	+ 5.5	+ 4.3	+ 4.9	+ 7.0	+ 1.5	+ 6.2
	(.202)	(.207)	(.237)	(.191)	(.175)	(.191)
		- 0.6	- 15.4	- 5.7	- 2.2	- 6.2
		(.18)	(.224)	(.192)	(.178)	(.192)
LEVEL (4)	+ 11/-1.3	+ 10.9/-		+ 9.2/-14.5		+ 20.0/-10.5
V_o = 52.5 IN/SEC	(.017, .043)	(.019)		(.019, .016)		(.016, .019)
WING LOAD = 537 LBS.						
2ND IMPACT	+ 8.5/-0.5	+ 7.4/-1.4		+ 5.5/-3.1		+ 4.9/-3.4
	(.277, .291)	(.273, .293)		(.293, .294)		(.293, .294)

(5)
* VERTICAL UNLESS OTHERWISE NOTED

Tableau 3 Résumé des accélérations de crêtes (temps depuis l'impact en secondes) prévues par la méthode des éléments finis - impact parallèle

1. Numéro de l'essai

2. Numéro de noeuds (voir Figure 3)

3. Parallèle
   Vitesse initiale = 34,7 po/s
   Charge alaire = 537 livres
   2^{e} impact

4. Parallèle
   Vitesse initiale = 52,5 po/s
   Charge alaire = 537 livres
   2^{e} impact

5. Données traitées par un filtre Chebyshev passe-bas du cinquième ordre avec bande passante de 62,5 Hz et seuil de bande de 125 Hz

TABLE 3 - PREDICTED PEAK VERTICAL g-LOADS (TIMES OF OCCURRENCE-SEC.)

USING CFE ANALYSIS - LEVEL IMPACT

IMPACT CASE (1)	(2) NODE NUMBER (SEE FIGURE 3)					
	211	215	214	61*	136*	137*
LEVEL	8.6	8.6	11.0	11.0	11.0	8.6
V_o = 34.7 IN/SEC.(3)	(0.019)	(0.019)	(0.021)	(.019)	(.019)	(.019)
WING LOAD			- 0.8	- 8.2	- 8.2	- 5.4
= 537 LBS.			(.007)	(.01)	(.01)	(.01)
LEVEL	19.4	19.4	20.4	14.4	14.0	14.2
V_o = 525 IN/SEC.(4)	(.02)	(.02)	(.02)	(.018)	(.016)	(.018)
WING LOAD	-.8	-.8		-7.2	7.2	-5.6
= 537 LBS.	(.001)	(.001)		(.008)	(.006)	(.01)

* FILTERED USING A FIFTH-ORDER CHEBYSHEV LOW-PASS FILTER WITH A PASSBAND OF 62.5 HZ AND STOPBAND EDGE OF 125 HZ (5)

Tableau 4 Résumé des accélérations de crêtes (temps depuis l'impact en secondes) mesurées pour les essais en "vol libre"

1. Méthode de saisie des données

2. horizontal

3. Emplacement des accéléromètres (voir Figure 14)

4. horizontal

5. Enregistreur à bande MF*

6. Premier impact

7. Second impact

8. Oscillographe "visicorder"

9. Premier impact

10. Second impact

11. Le taux d'échantillonnage était de 8 000 par seconde sur deux canaux

12. Vertical sauf indication contraire

TABLE 4 - SUMMARY OF PEAK MEASUREMENT g-LOADS (AND TIME OF OCCURRENCE-SEC.)

FOR 'FREE FLIGHT' CRASH TEST

METHOD OF DATA ACQUISITION (1)		LOCATION OF ACCELEROMETER (SEE FIG. 14)†					
		#1 (2) HORIZONTAL	#2	#3 (3)	#4	#5 HORIZONTAL (4)	#6
.M.* APE ECORDER (5)	FIRST (6) IMPACT	.76 (.056) -.60 (.049)	8.3 (.073) -4.3 (.013)	3.70(.057) -.70 (.017)	8.1 (.077) 5.2 (.026) -9.4 (.057)	2.8 (.017) -5.7 (.023)	2.0 (.029) -6.1 (.006) - 5.7 (.020)
	SECOND (7) IMPACT	.6 (.145) -.87 (.152)	32.1 (.123) -17.5 (.127)	7.3 (.146) -1.2 (.201)	-29.2 (.126) 22.0 (.120)	5.1 (.151) -13.7 (.121)	18 (.128) -14.1 (.119)
ISICORDER SCILLO-RAPH (8)	FIRST (9) IMPACT	0.4 (.049) -1.3 (.059)	5.7 (.031,.077) -7.1 (.075)	1.1 (.05) -2.2 (.01)	7.08 (.03) -9.2 (.061)	3.4 (.025) -3.1 (.016)	4.0 (.022) -2.8 (.032)
	SECOND IMPACT (10)	.88 (.16) -2.70 (.13)	18.6 (.146) -31.7 (.143)	2.8 (.203) -4.6 (.137)	-	11.4 (.132) -6.5 (.153)	16.0 (.122) -20.9 (.129)

(11)

* SAMPLING RATE WAS 5000 PER SECOND FOR 2 CHANNELS

† VERTICAL UNLESS NOTED.

(12)

Figure 1 Variables du programme pour certaines configurations de structure et de charge

1 Structure et charge constantes pour W constant

2. Faire varier W pour établir la corrélation avec les données

3. Faire varier V_v avec $V_h = \alpha = o$

4. Faire varier V_v et α avec $V_h = o$

5. Faire varier V_v et V_h avec $\alpha = o$

6. Faire varier V_v V_h et α

7. Sortie

Déformation
Accélérations - g
Modes de rupture dynamique
Réduction de volume

8. Maquette de fuselage

9. Cas "roues en l'air"

10. Faire varier les paramètres structuraux (cadres, couple fort plein, agencement des poutrelles de plancher et rapport du plancher au diamètre du fuselage)

11. Faire varier les conditions de charge (ailes hautes ou basses)

12. Envisager la possibilité de pratiquer des découpes

FIG. 1 PROGRAMME VARIABLES FOR GIVEN STRUCTURAL AND LOAD CONFIGURATIONS

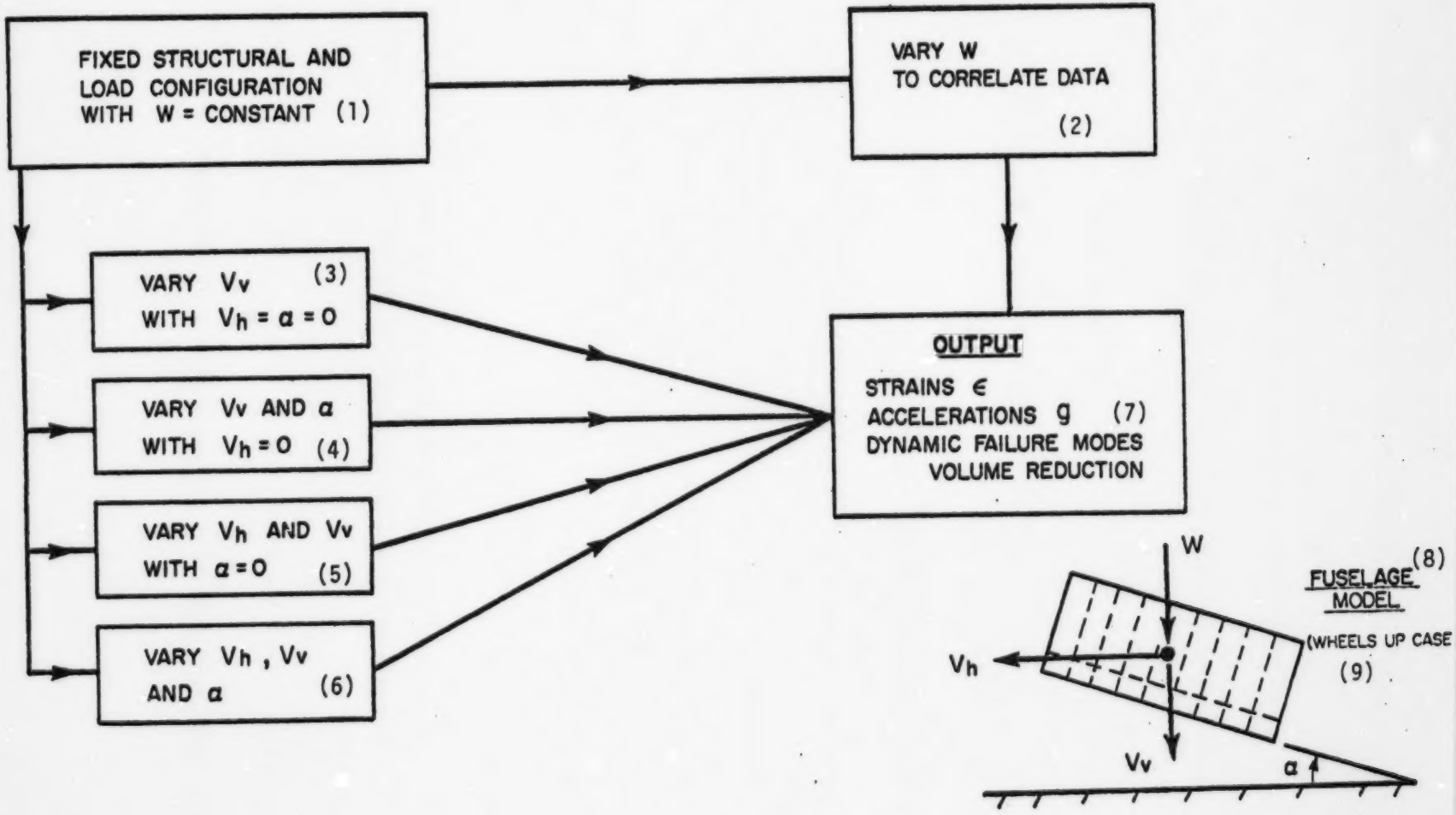


Figure 2 Cadres de référence

1. Pièce rigide

2. Centre de gravité de l'élément

3. Fuselage

4. Hauteur

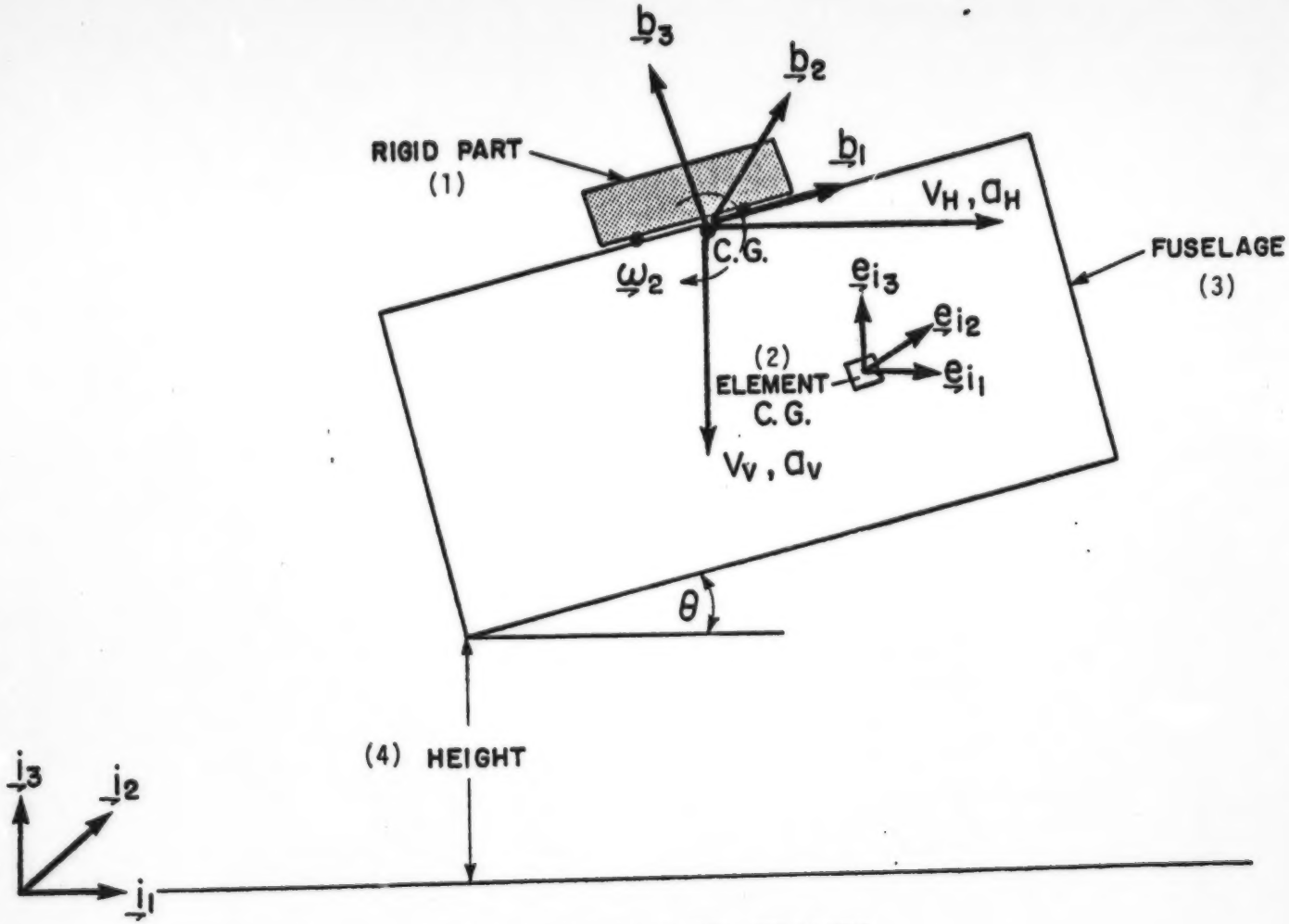


Fig. 2 REFERENCE FRAMES

Figure 3 Position vectorielle de la particule dV

1. Particule de volume dV

2. Elément avant déformation

3. Position de l'élément après déformation plastique

4. Noeud

5. Elément après déformation plastique

6. Centre de gravité de l'élément

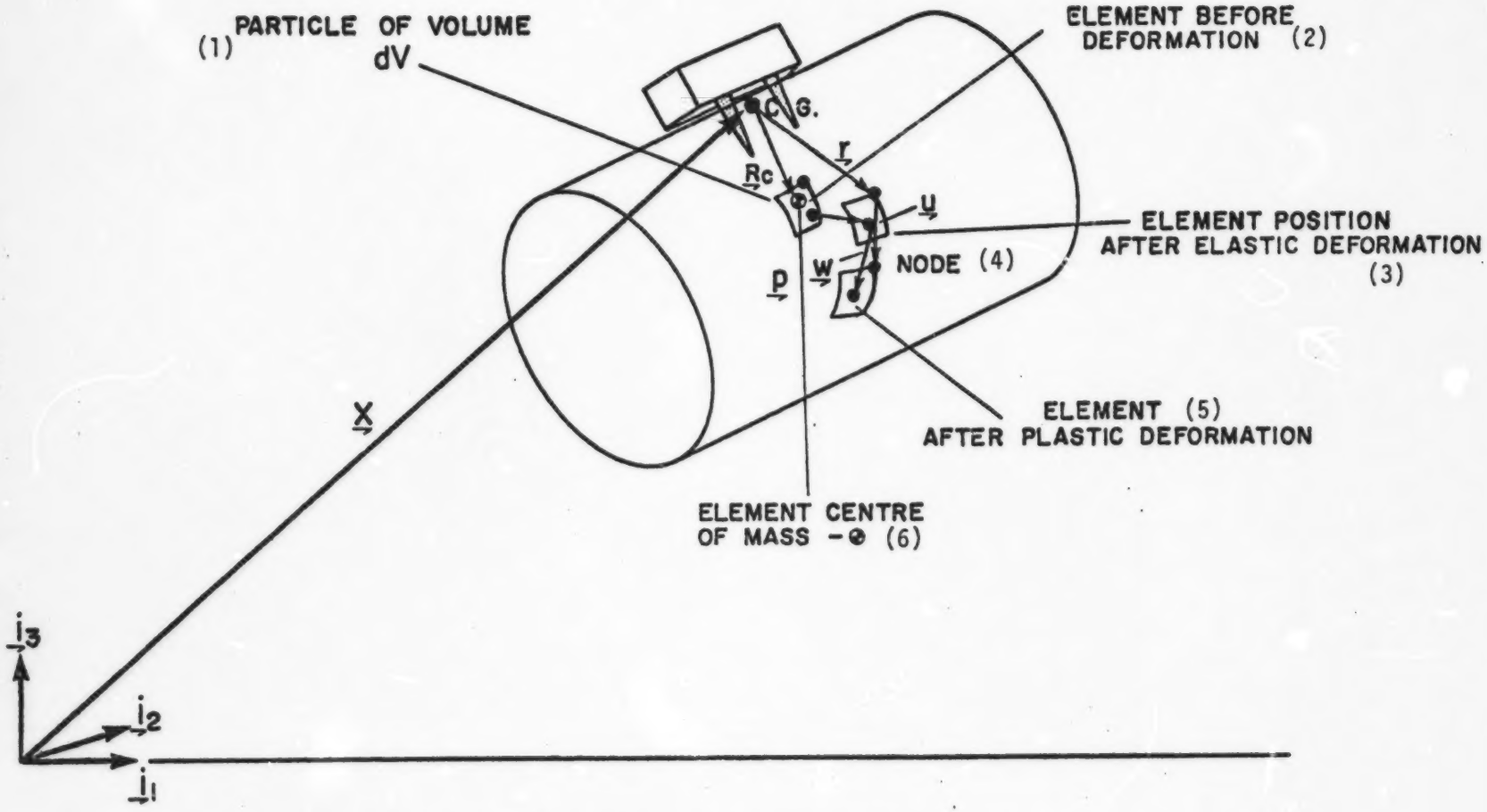


Fig. 3 VECTOR POSITION OF THE PARTICLE dV

Figure 4

1. Fermeture des cadres légers

2. Fermeture des cadres forts

3. 14 trous de rivets de 1/8" de diamètre

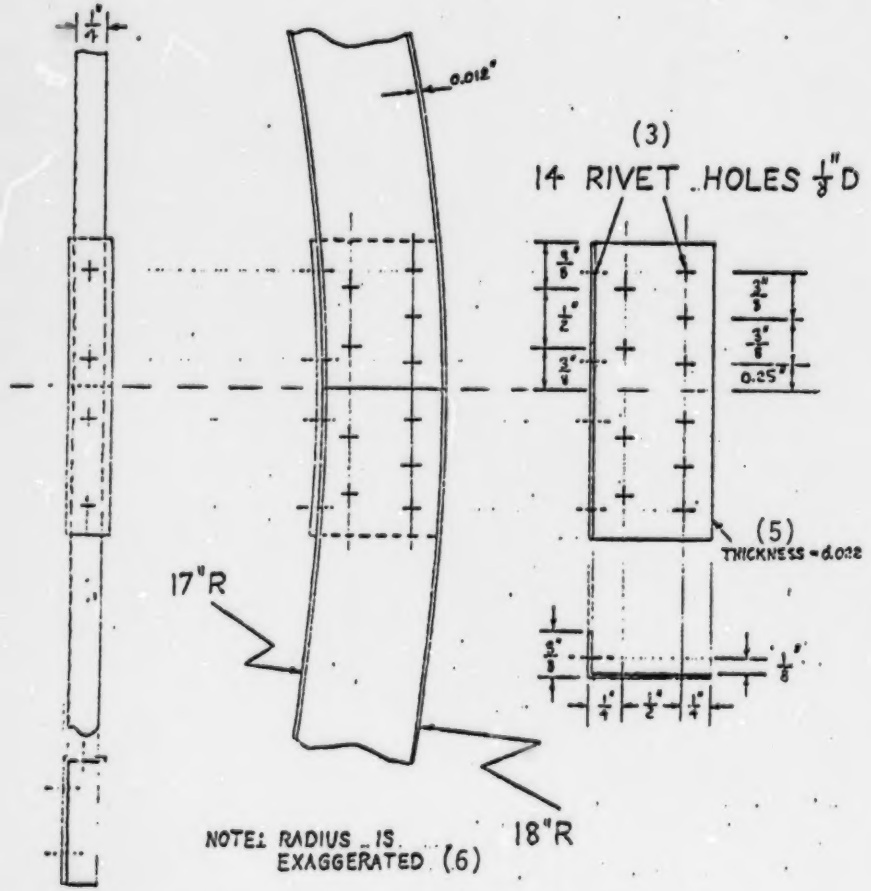
4. 10 trous de boulons de 3/16" de diamètre

5. Epaisseur = 0,022"

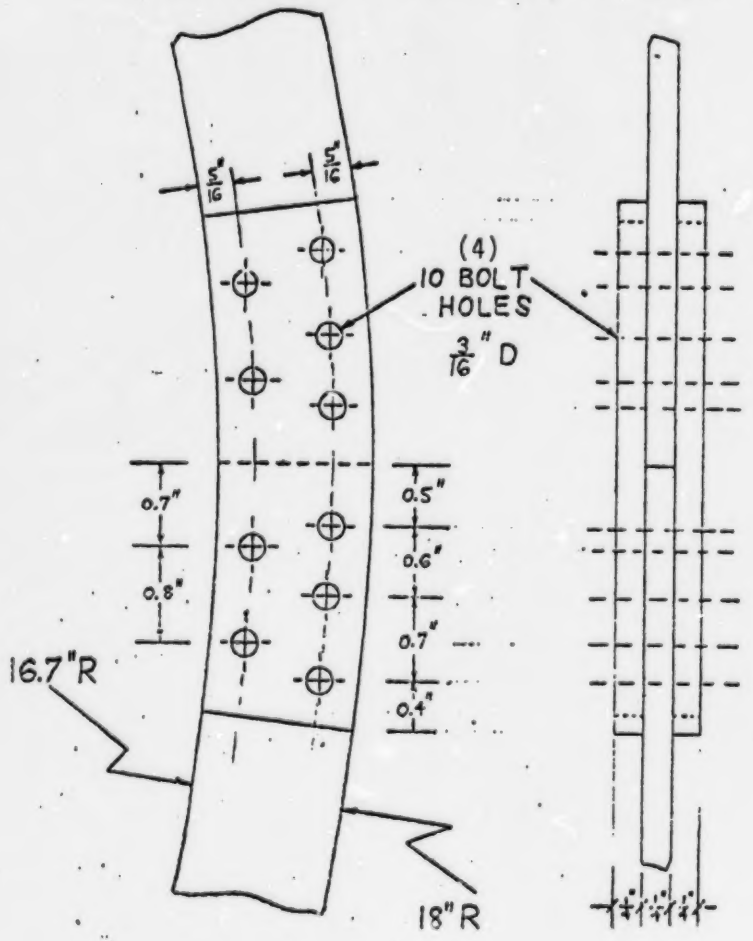
6. Note: le rayon est exagéré

FIG. 4

CLOSING OF LIGHT RIB FRAMES (1)



CLOSING OF HEAVY MAIN FRAMES (2)



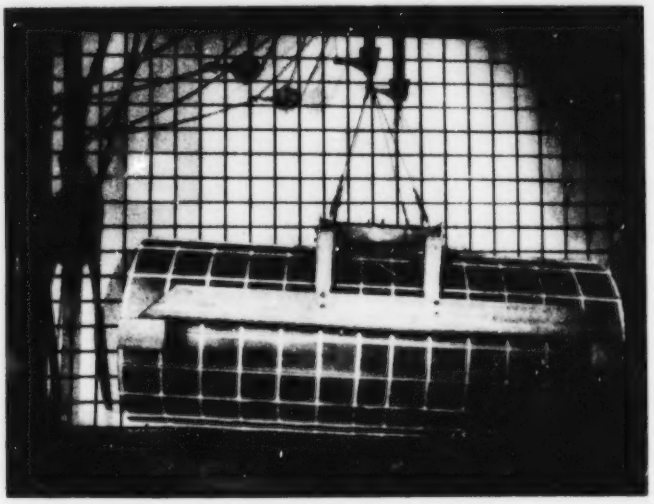


Fig. 5 Vue latérale du fuselage avant l'impact.

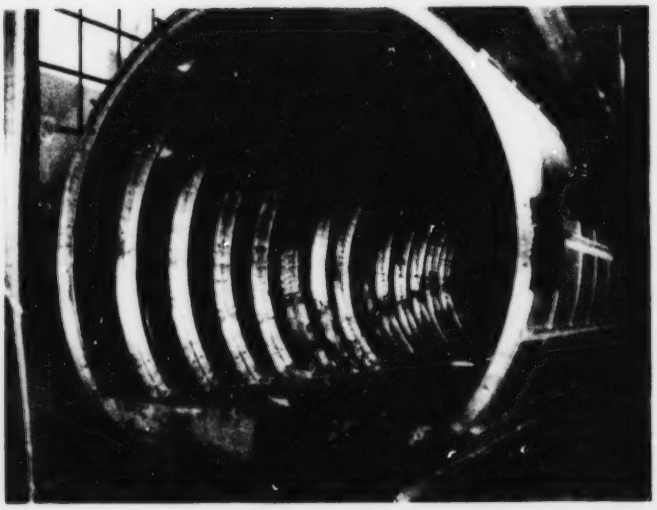


Fig. 6 Vue intérieure du fuselage avant l'impact.

Figure 7 Schéma du portique à pendule pour les essais en "vol libre"

1. Portique à pendule
2. Couverture assurée par la caméra 16 mm
3. Fond photographique
4. 300 images/seconde
5. Barrière d'extrémité
6. 400 images/seconde
7. 64 images/seconde
8. 300 images/seconde
9. Câble de montée et de retenue
10. Axe oscillant
11. Mécanisme de lâcher
12. Dispositif boulon explosif
13. Barrière d'extrémité
14. Fond photographique
15. Câble ombilical
16. Système de saisie des données
17. Système de mise à feu et d'essai
18. Laser
19. Dalle de béton armé

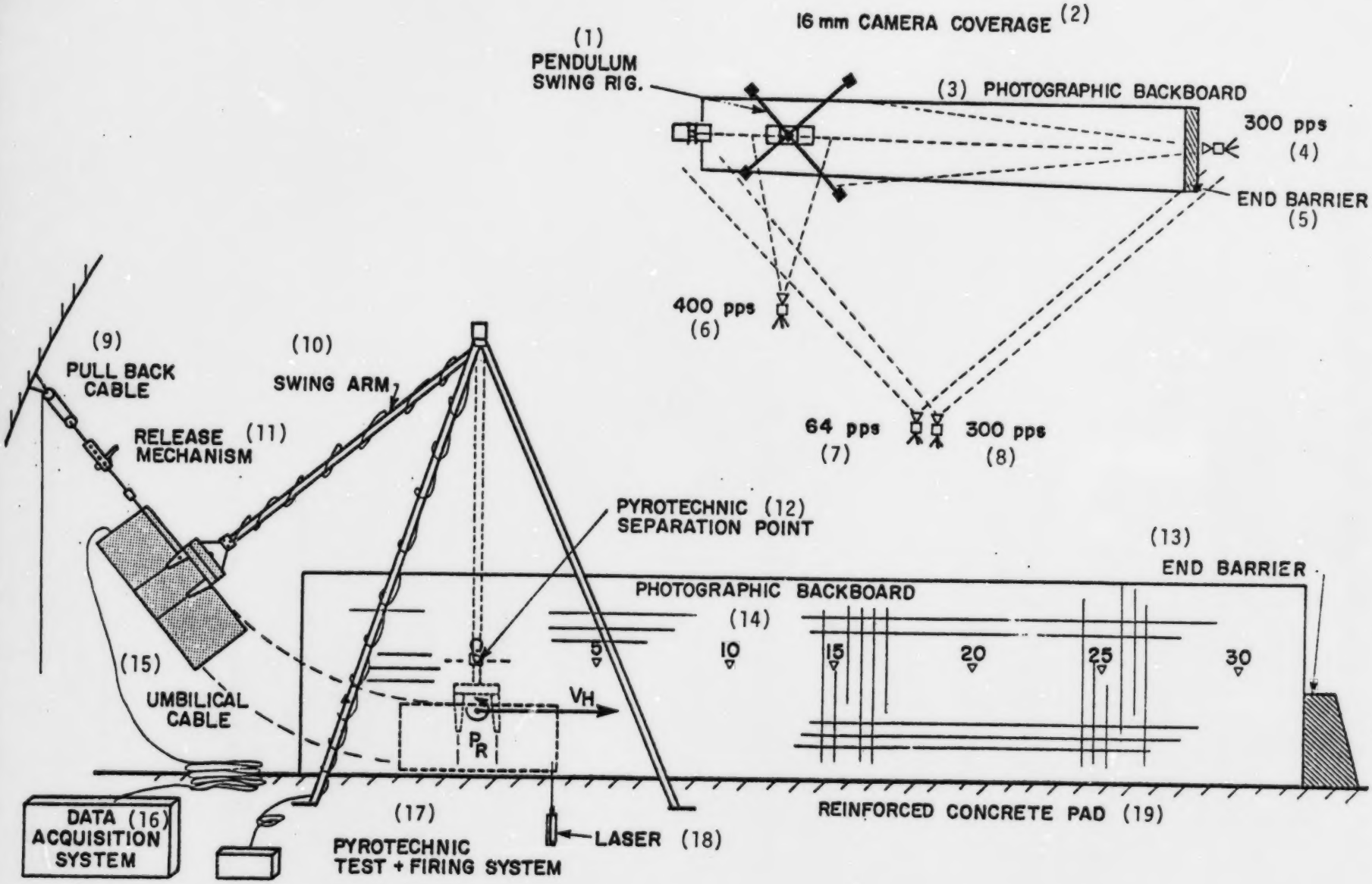


Fig. 7 SCHEMATIC OF PENDULUM GANTRY FOR FREE-FLIGHT TESTS

Figure 8 Emplacement des accéléromètres pour impact parallèle

1. Ref

2. Vue de dessus du plancher

3. Couples forts

4. Vue en plan du fuselage

Figure 9 Emplacement des accéléromètres pour les essais en "vol libre"

1. Ref

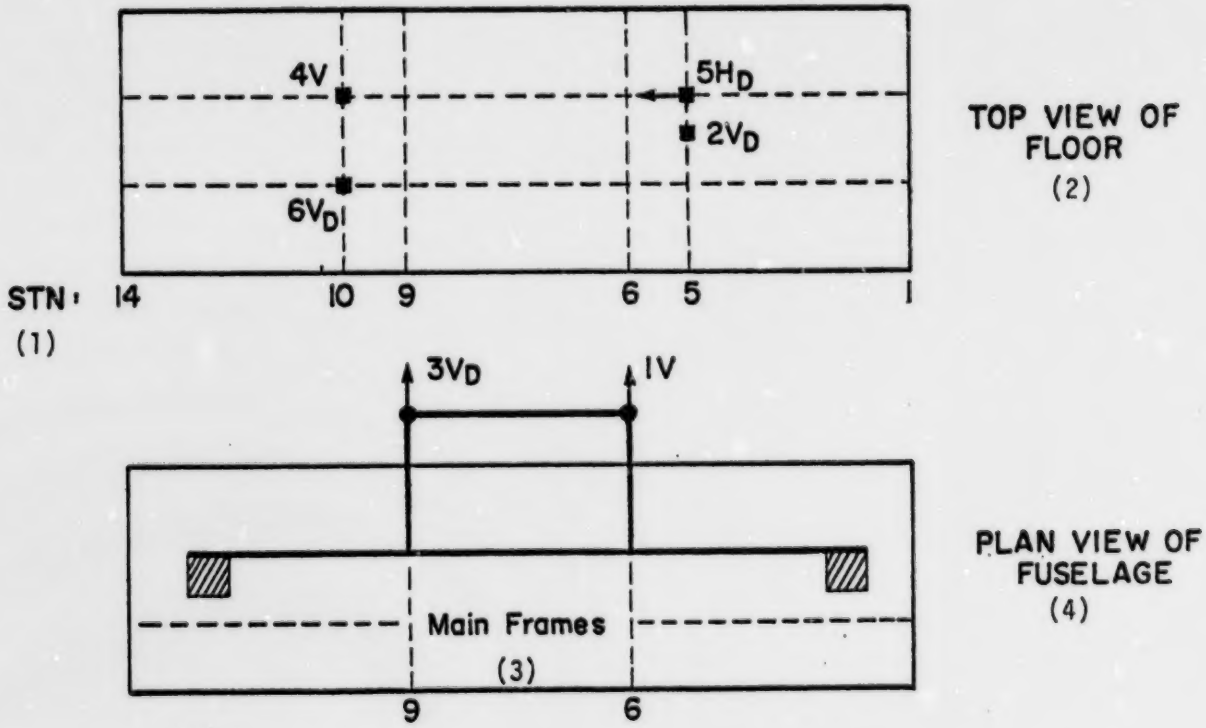


FIG. 8 ACCELEROMETER LOCATIONS FOR LEVEL TESTS

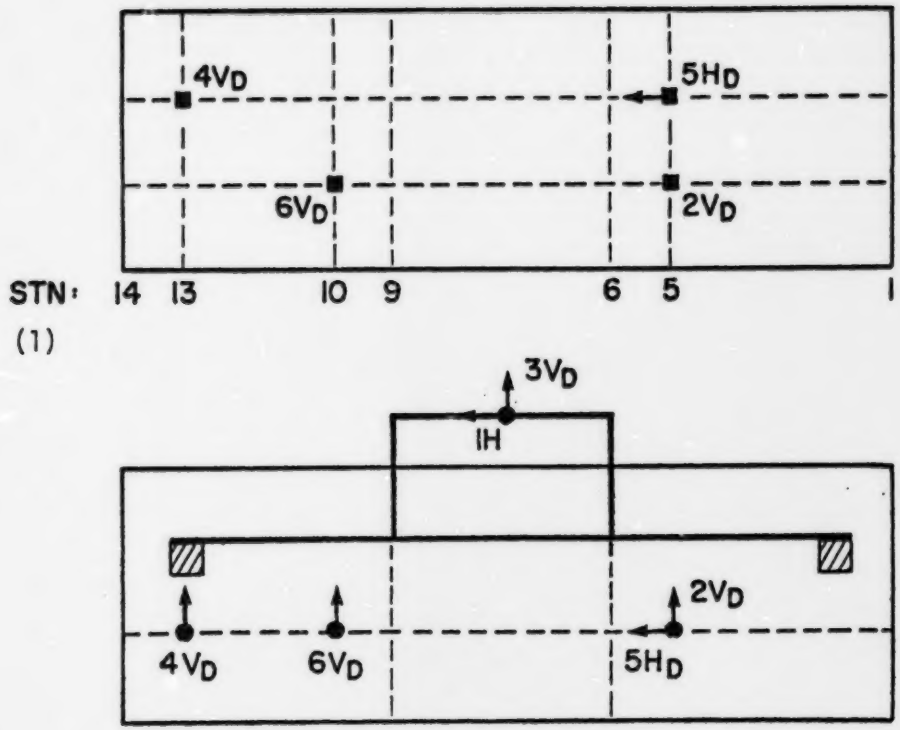


FIG. 9 ACCELEROMETER LOCATIONS FOR FREE-FLIGHT IMPACT TEST.

Figure 10 Système de saisie des données

1. Accéléromètres
2. Extensomètres actifs
3. Extensomètres de compensation
4. Adaptateur d'extensomètre (demi-pont)
5. "Visicorder" Honeywell 1508
   (galvanomètres: M200-350, à amortissement électromagnétique, réponse de fréquence linéaire (± 5 %) de 0 à 180 Hz)
6. Adaptateur SE à pont - SE 94 (pont à 4 branches)
7. Adaptateur galvanométrique SE 993
8. Filtre passe-bas (fréquence de coupure: 350 Hz @ 3 dB ou ± 5 % @ 200 Hz)
9. Enregistreur MF à bande
10. Numérisation
11. Bande magnétique

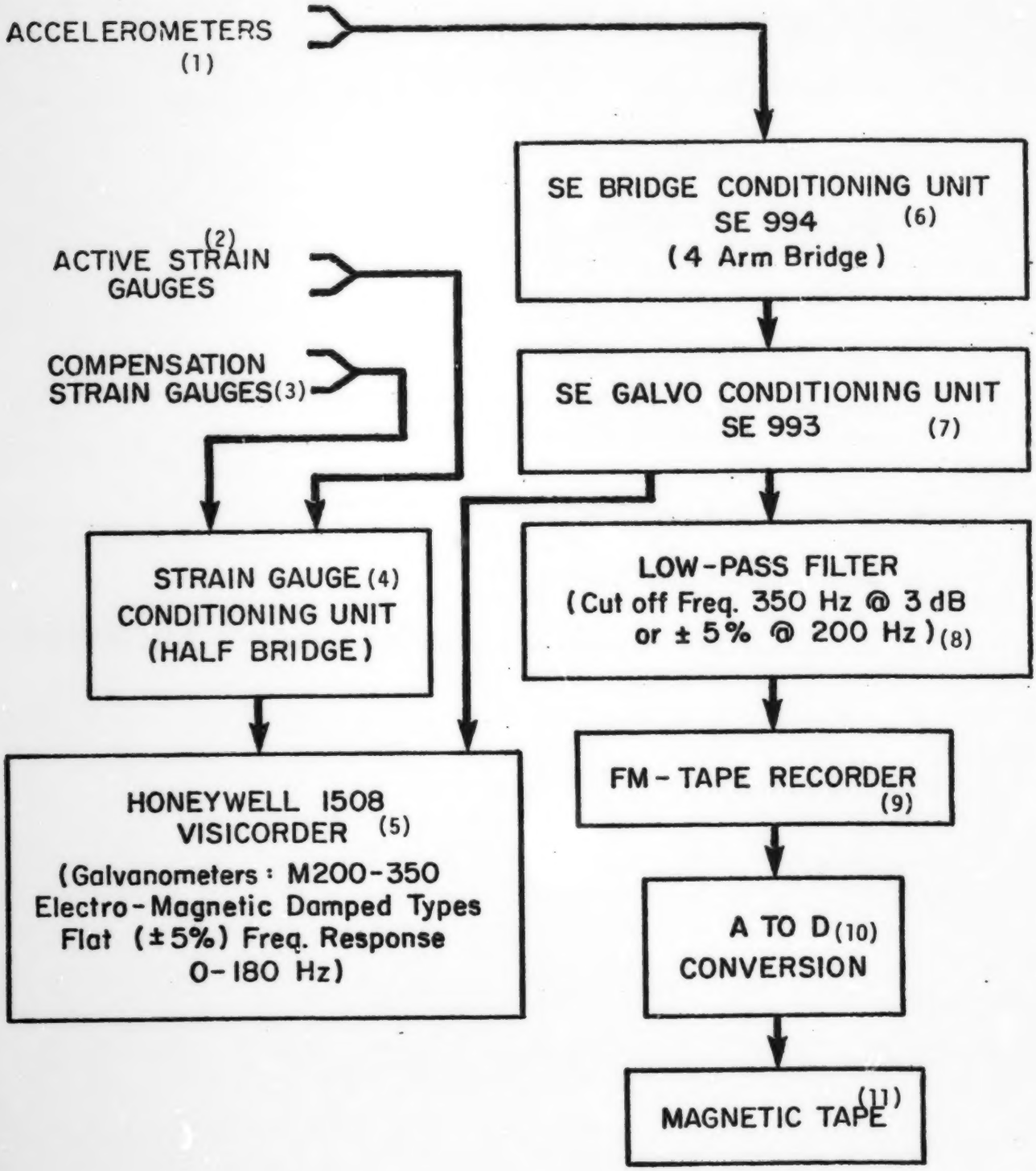


Fig. 10 DATA ACQUISITION SYSTEM

Figure 11a

1. Accélération verticale du noeud 211
   Unité: G

2. Accélération verticale (G)

3. Temps (secondes)

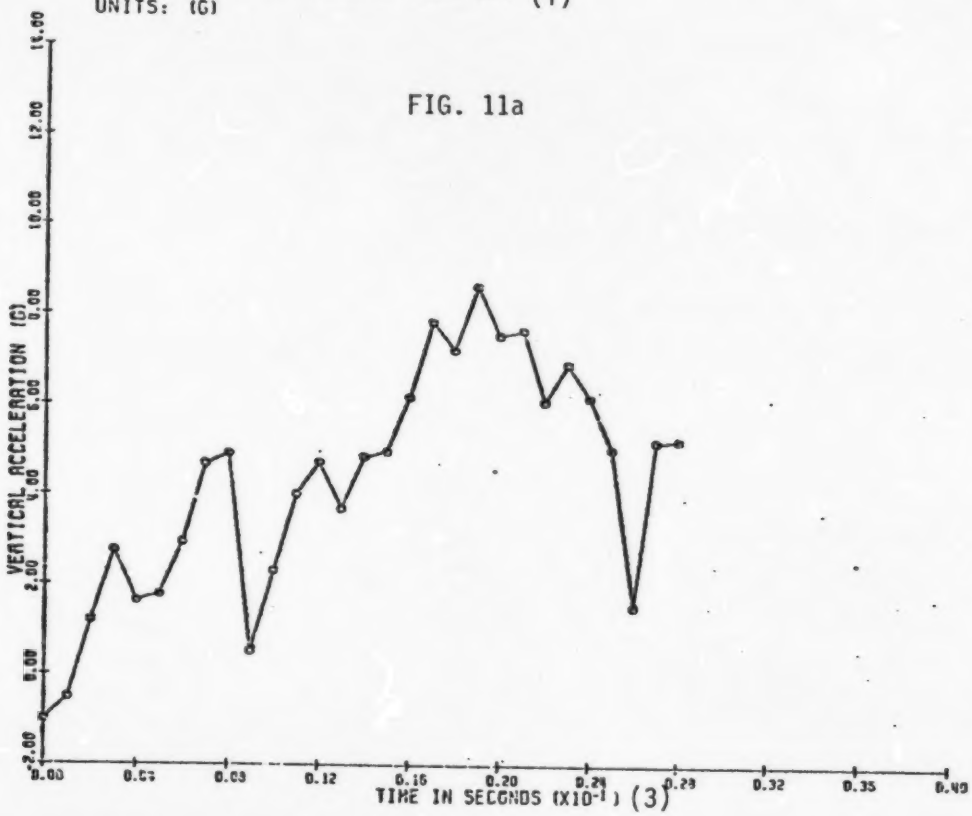
4. Accélération verticale du noeud 214
   Unités. G

5. Accélération verticale (G)

6. Temps (secondes)

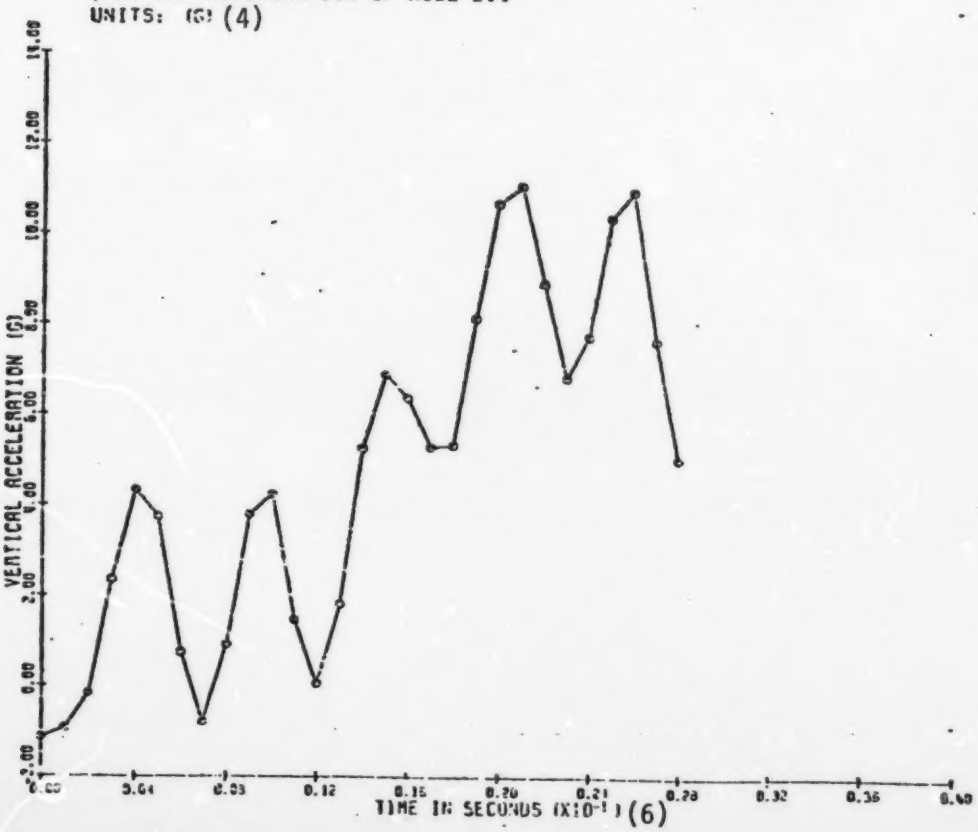
VERTICAL ACCELERATION OF NODE 211 (1)
UNITS: (G)

FIG. 11a



(2) (3)

VERTICAL ACCELERATION OF NODE 214
UNITS: (G) (4)



(5) (6)

Figure 11b

1. Accélération verticale du noeud 61
   Unité: G

2. Accélération verticale (G)

3. Temps (secondes)

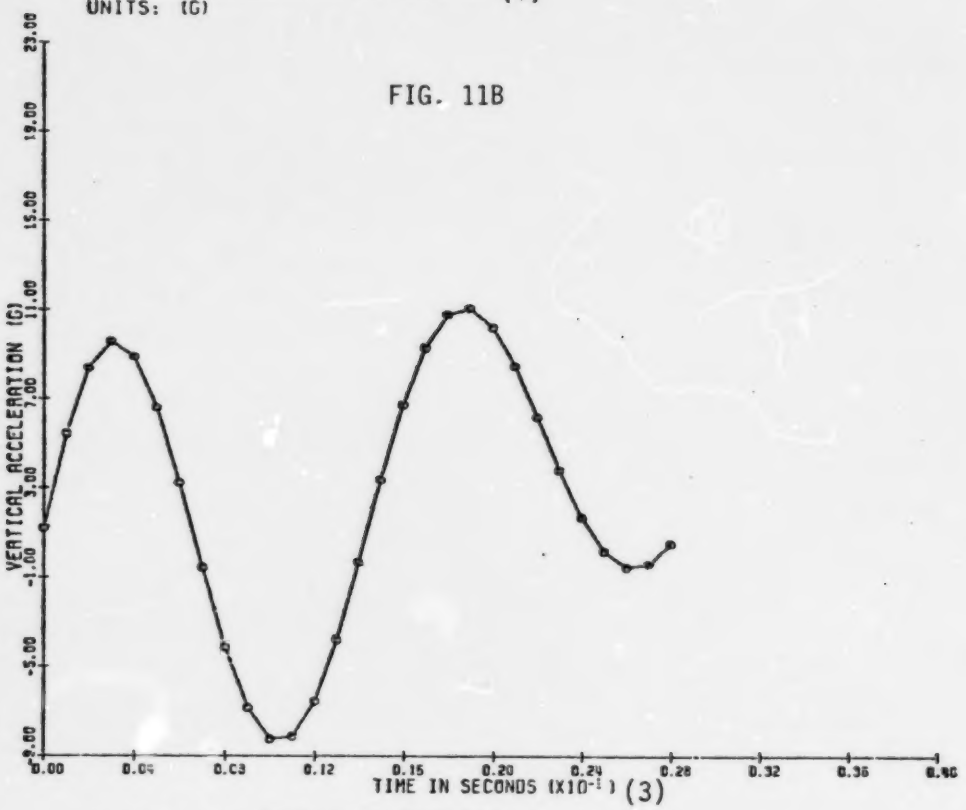
4. Accélération verticale du noeud 137
   Unités: G

5. Accélération verticale (G)

6. Temps (secondes)

VERTICAL ACCELERATION OF NODE 61 (1)
UNITS: (G)

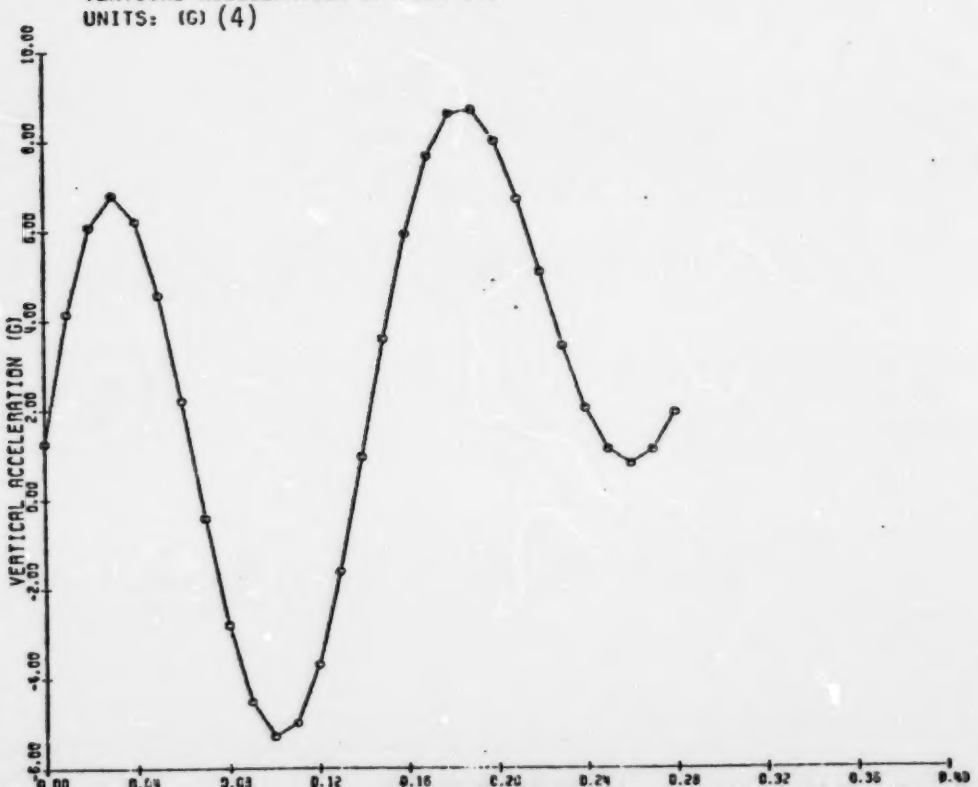
FIG. 11B



(2)

(3)

VERTICAL ACCELERATION OF NODE 137
UNITS: (G) (4)



(5)

Figure 12 Noeuds d'un demi fuselage

1. Nervures

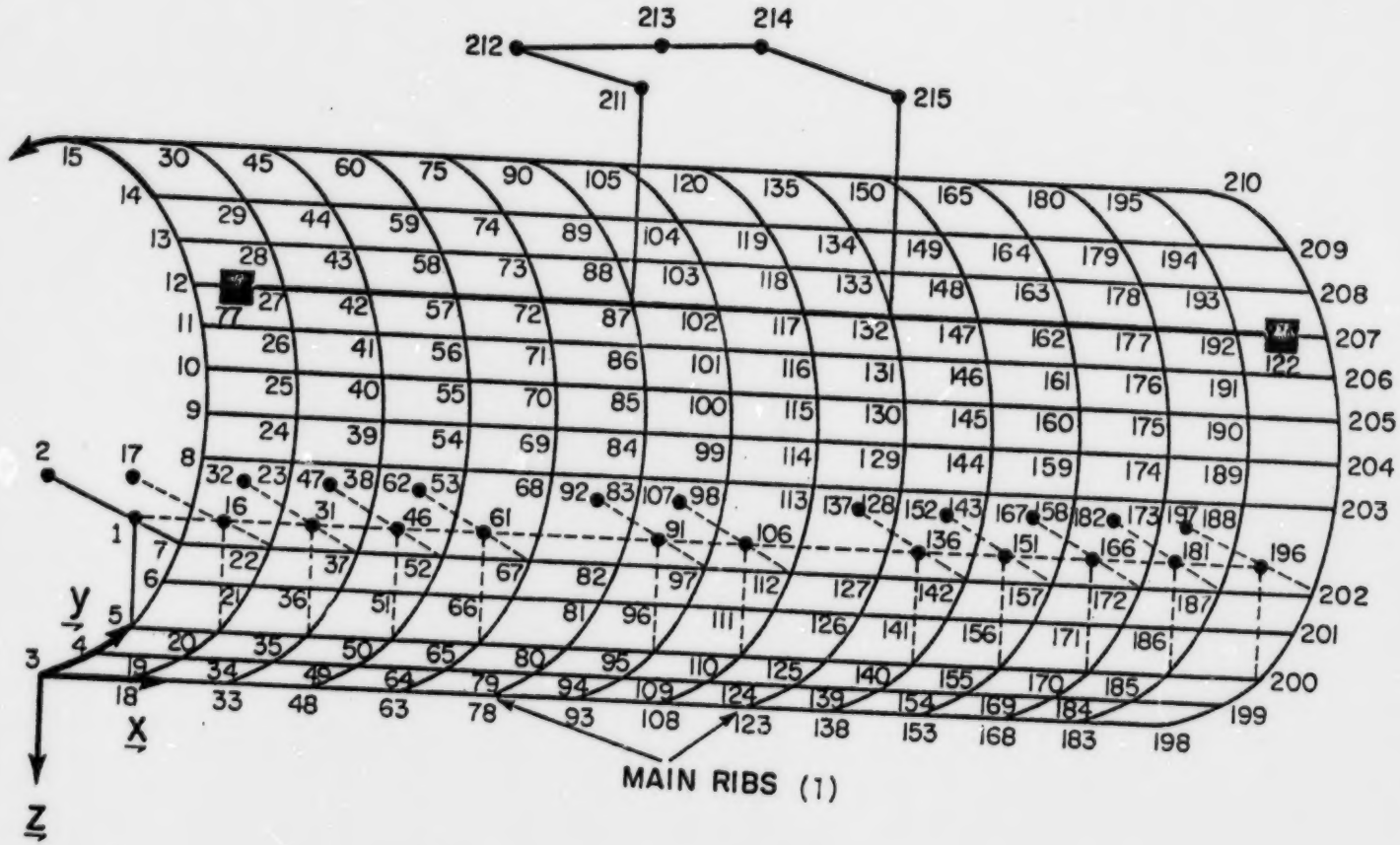


Fig. 12 HALF FUSELAGE NODES

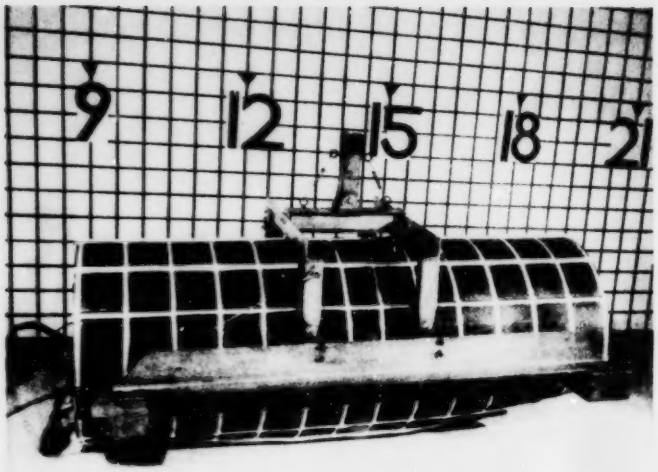


Fig. 13 Vue latérale de l'assemblage nervures/ lisses après un impact en "vol libre".

Fig. 14a

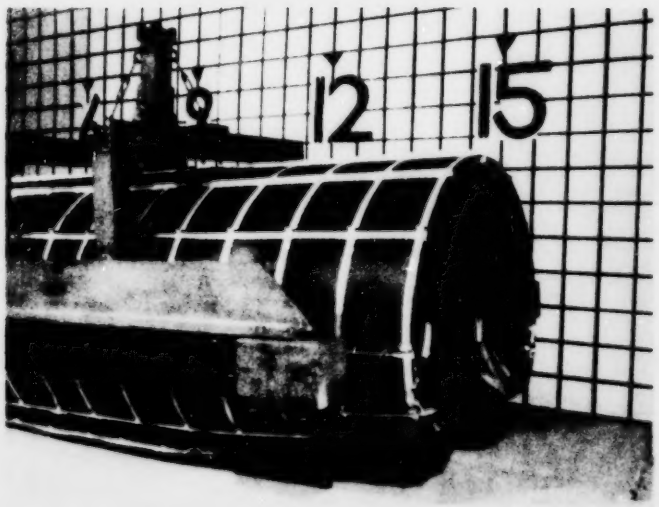


Fig. 14b

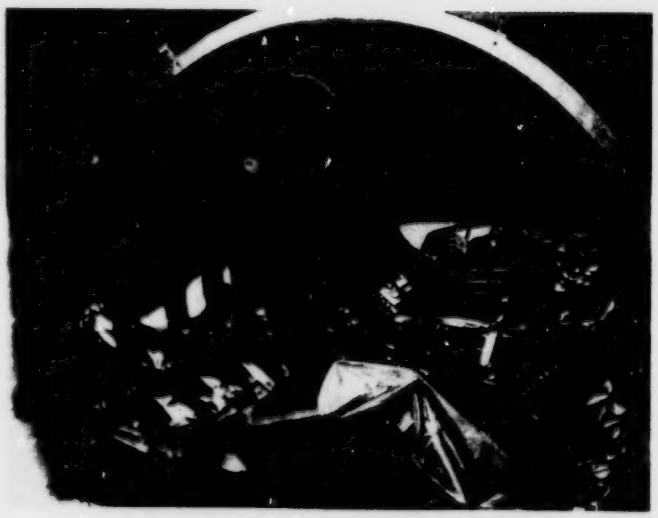


Fig. 14a, b Vues avant de l'assemblage nervures/ lisses après un impact en "vol libre".

Figure 15a Courbe de l'accélération en fonction du temps (cadre situé derrière le cadre fort arrière, au niveau du plancher)

1. Vol libre

2. Accélération vers l'avant

3. Séparation

4. Premier impact

5. Temps (x 10^{-3} secondes)

FIG.15a ACCELERATION TIME HISTORY (ONE FRAME BEFORE AFT MAIN FRAME (FLOOR))

FREE FLIGHT (1)

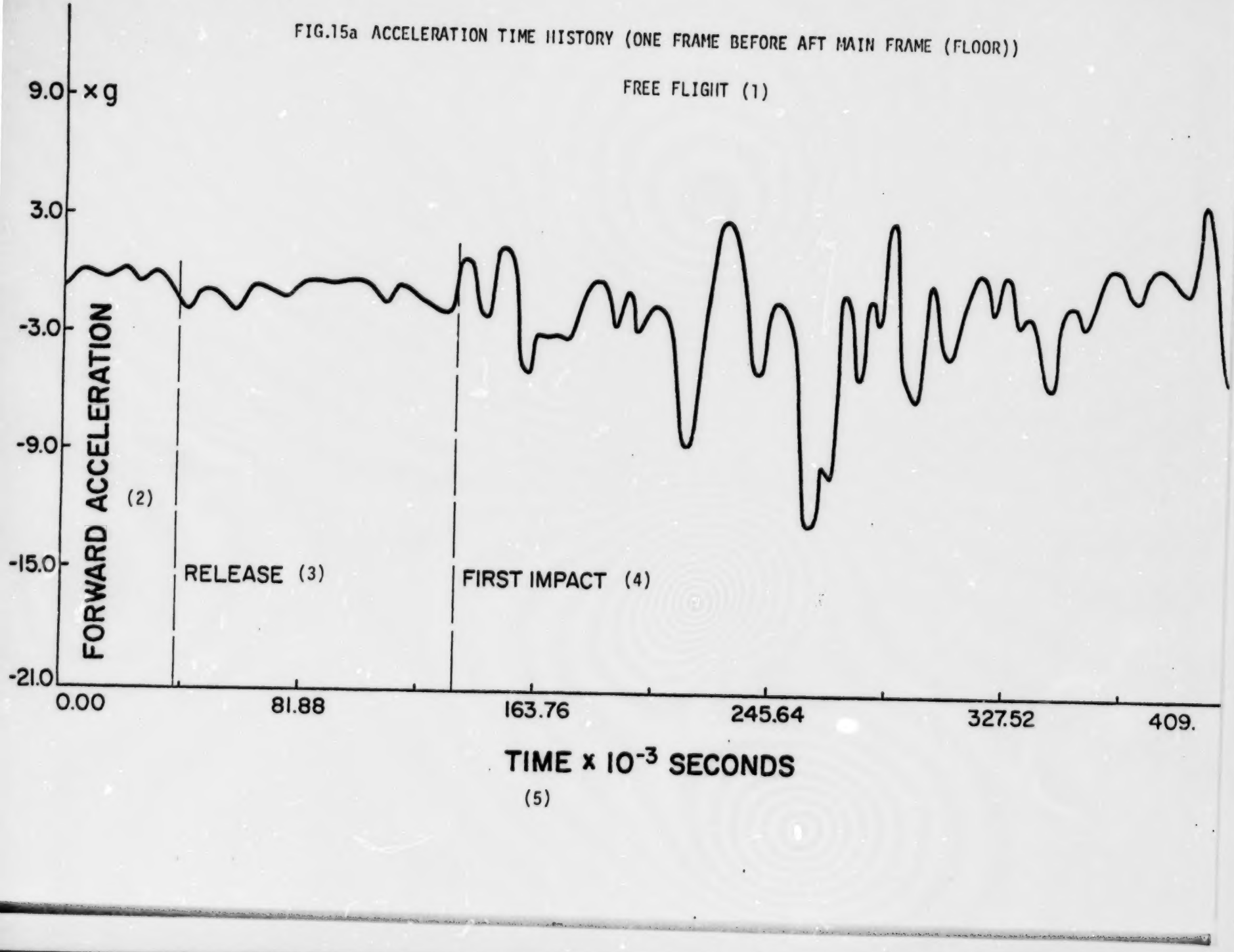


Figure 15b Courbe de l'accélération en fonction du temps (charge alaire)

1. Vol libre

2. Décélération horizontale locale

3. Séparation

4. Premier impact

5. Temps (x 10^{-3} secondes)

FIG. 15b ACCELERATION TIME HISTORY (WING LOAD); FREE FLIGHT

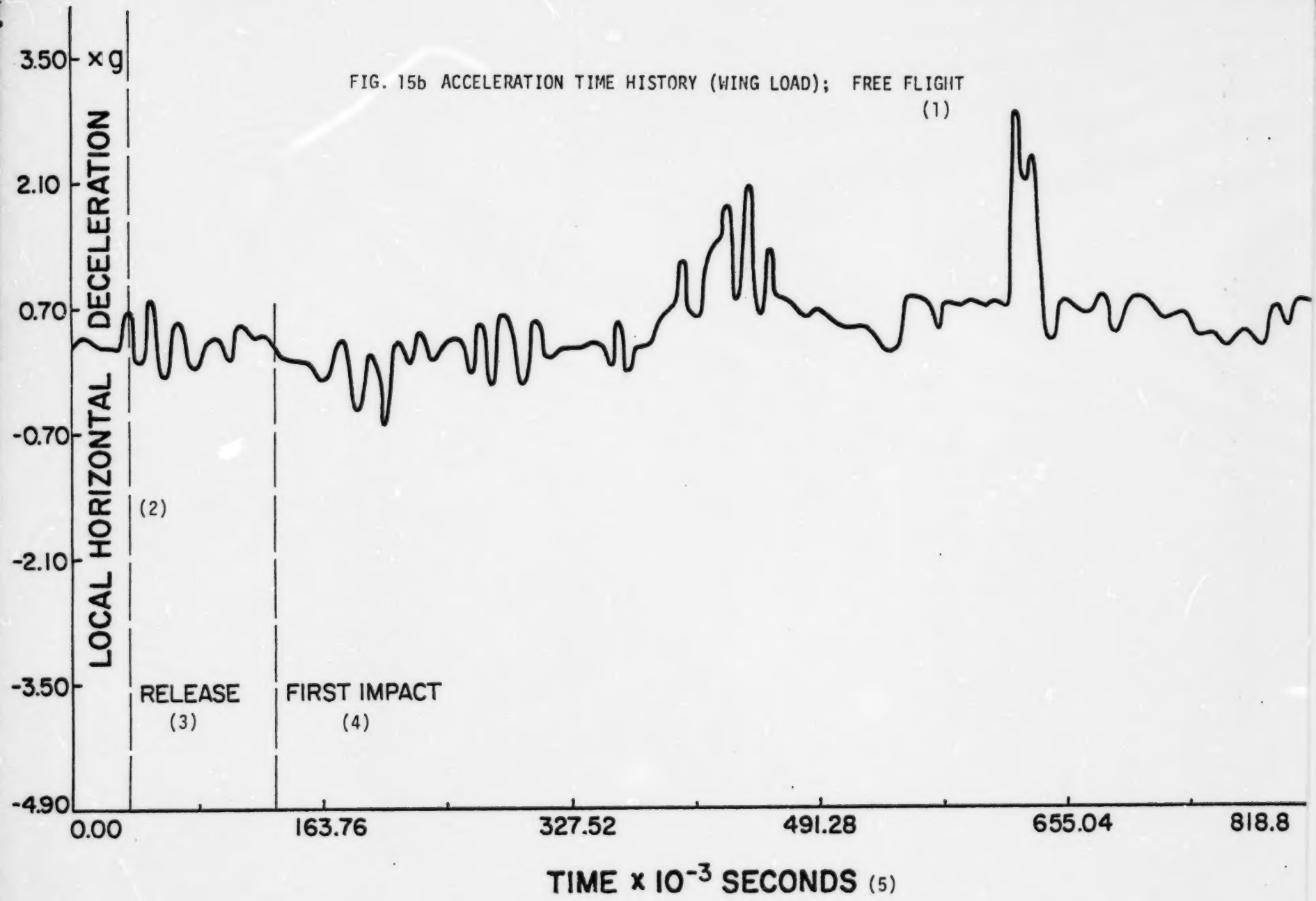


Figure 15c Courbe de l'accélération en fonction du temps (cadre situé en avant du cadre fort arrière, au niveau du plancher

1. Vol libre

2. Accélération vers le bas

3. Séparation

4. Premier impact

5. Second impact

6. Temps (x 10^{-3} secondes)

FIG. 15c ACCELERATION TIME HISTORY (1 FRAME BEHIND AFT MAIN FRAME @ FLOOR LEVEL)

FREE FLIGHT (1)

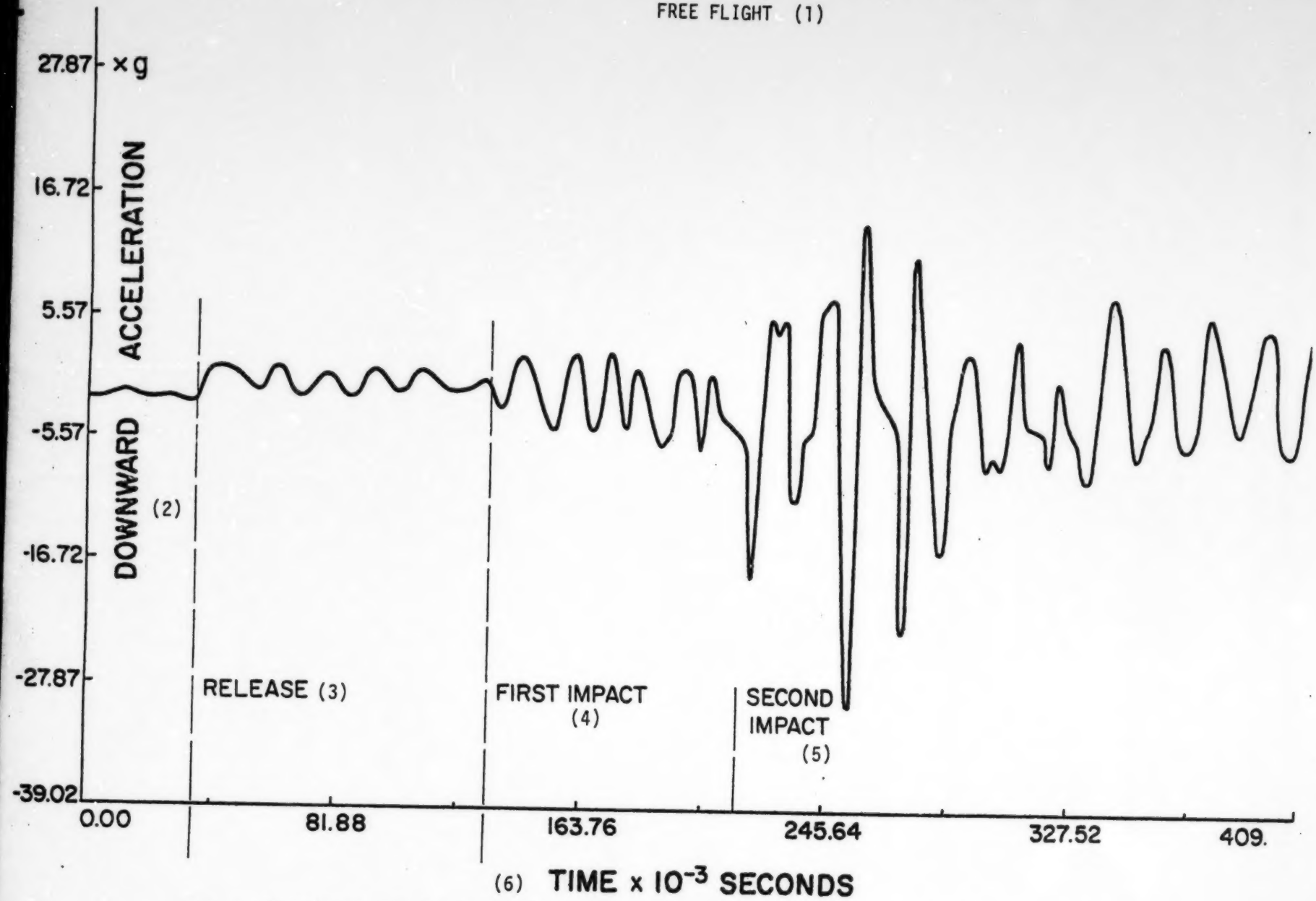


Fig. '. 'FREE-FLIGHT' ACCELERATION-TIME HISTORY (1 FRAME BEHIND AFT MAIN FRAME at FLOOR LEVEL, ACCEL. No. $2V_D$)